

2021年度 慶應義塾大学 一般理系 第3問

問題 以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

水平な平面上の異なる2点 $A(0, 1)$, $Q(x, y)$ にそれぞれ高さ $h > 0$, $g > 0$ の塔が平面に垂直に立っている。この平面上にあって A , Q とは異なる点 P から2つの塔の先端を見上げる角度が等しくなる状況を考える。ただし、以下の設問を通して $h \neq g$ とする。

- (1) 点 Q の座標が $(T, 1)$ (ただし $T > 0$) のとき、2つの塔を見上げる角度が等しくなるような点 P は、中心の座標が $(\boxed{\text{あ}}, \boxed{\text{い}})$ 、半径が $\boxed{\text{う}}$ の円周上にある。
- (2) 2つの塔を見上げる角度が等しくなるような点 P のうち、 y 軸上にあるものがただ1つであるとする。このとき h と g の間には不等式 $\boxed{\text{え}}$ が成り立ち、点 $Q(x, y)$ は2直線 $y = \boxed{\text{お}}$, $y = \boxed{\text{か}}$ のいずれかの上にある。
- (3) 2つの塔を見上げる角度が等しくなるような点 P のうち、 x 軸上にあるものがただ1つであるとする。このとき点 $Q(x, y)$ は方程式

$$\boxed{\text{き}} x^2 + \boxed{\text{く}} x + \boxed{\text{け}} y^2 + \boxed{\text{こ}} y = 1$$

で表される2次曲線 C 上にある。 C が楕円であるのは h と g の間に不等式 $\boxed{\text{さ}}$ が成り立つときであり、そのとき C の2つの焦点の座標は $(\boxed{\text{し}}, \boxed{\text{す}})$, $(\boxed{\text{せ}}, \boxed{\text{そ}})$ である。 $\boxed{\text{さ}}$ が成り立たないとき C は双曲線となり、その2つの焦点の座標は $(\boxed{\text{た}}, \boxed{\text{ち}})$, $(\boxed{\text{つ}}, \boxed{\text{て}})$ である。さらに $\frac{h}{g} = \boxed{\text{と}}$ のとき C は直角双曲線となる。