

**問題** 以下の文章の空欄に適切な数、式または語句を入れて文章を完成させなさい。ただし空欄(う)、(え)、(お)、(か)、(く)には選択肢より適切なものを選んで記入し、空欄(け)には文字 $a$ 、 $\theta$ の式を記入しなさい。

- (1) 座標平面の点 $P(x, y)$ を、点 $T(s, t)$ を中心として反時計回りに角 $\alpha$ だけ回転させるときに、点 $P$ が点 $P'(x', y')$ に移るとする。 $x'$ と $y'$ を $x, y, s, t, \alpha$ の式で表すと

$$x' = \boxed{\text{(あ)}}, y' = \boxed{\text{(い)}}$$

となる。

- (2)  $a$ を正の実数とする。原点 $O(0, 0)$ を中心とする半径 $a$ の円 $C$ に、半径が $\frac{a}{2}$ で原点 $O$ を通る円 $K$ を点 $A(a, 0)$ において内接させる。この円 $K$ を円 $C$ に沿って滑らないように転がす。ただし、 $K$ と $C$ の接点が $C$ 上を反時計回りに動くようにする。そして、接点の座標がはじめて $(a \cos \beta, a \sin \beta)$  ( $0 \leq \beta \leq 2\pi$ )となるようにする。円 $K$ に対するこの操作は次の2段階の操作を続けて行うことと同等である：

(i) 点 $B\left(\frac{a}{2}, 0\right)$ を中心として、円 $K$ を $\boxed{\text{(う)}}$ に角 $\boxed{\text{(え)}}$ だけ回転させる。

(ii) 原点 $O$ を中心として、円 $K$ を $\boxed{\text{(お)}}$ に角 $\boxed{\text{(か)}}$ だけ回転させる。

- (3) 円 $K$ が点 $A$ において円 $C$ に内接しているとき、 $K$ の内部に固定された点 $Q(b, 0)$  (ただし $0 < b < a$ )をとる。円 $K$ を、 $C$ との接点が $C$ 上を一周するまで(2)に述べたやり方で $C$ に沿って転がすとき、点 $Q$ が動いてできる曲線を $S_1$ とする。 $S_1$ 上の点の座標を $(x, y)$ として、 $S_1$ の方程式を $x, y$ を用いて書くと $\boxed{\text{(き)}}$ となる。

- (4) 円 $K$ が点 $A$ において円 $C$ に内接しているとき、円 $C$ に固定された点 $R(0, a)$ をとる。今度は円 $K$ を固定して、円 $C$ の方を $K$ に接した状態で滑らないように $K$ に沿って転がす。2つの円の接点が円 $K$ を $\boxed{\text{(く)}}$ 回転したとき、点 $R$ ははじめてもとの位置 $(0, a)$ に戻る。 $R$ が描く曲線を $S_2$ とする。原点 $O$ を極として、 $x$ 軸の正の部分の始線とする極座標 $(r, \theta)$ による $S_2$ の極方程式は $r = \boxed{\text{(け)}}$ である。ただし $r, \theta$ はそれぞれ $S_2$ 上の点の原点からの距離、および偏角である。

(う), (え), (お), (か), (く)の選択肢  
時計回り, 反時計回り,  $\beta, 2\beta, \frac{1}{2}\beta, 1, 2, 3, 4$