2024 年度　慶應義塾大学　一般理系　第２問

問題　以下の文章の空欄に適切な数を入れて文章を完成させなさい。

袋が２つ（袋１と袋２）および赤玉２個，白玉４個が用意されている。それぞれの袋に玉が３個ずつ入った状態として，次の３つがあり得る。

状態 A：袋１に入っている赤玉が０個である状態

状態 B：袋１に入っている赤玉が１個である状態

状態 C：袋１に入っている赤玉が２個である状態

上記の各状態に対して，次の２段階からなる操作 T を考える。

試合 T

袋１から玉を１個無作為に取り出し，それを袋２に入れる。次に，袋２から玉を１個無作為に取り出し，それを袋１に入れる。

(1)　X，Y をそれぞれ A，B，C のいずれかとする。状態 X に対し操作 T を１回施した結果，状態 Y になる確率を $P(X \to Y)$ で表す。このとき

$$P(A \to A) = \boxed{（あ）},\quad P(A \to B) = \boxed{（い）},\quad P(B \to A) = \boxed{（う）},$$

$$P(B \to B) = \boxed{（え）},\quad P(C \to A) = \boxed{（お）},\quad P(C \to B) = \boxed{（か）}$$

である。

(2)　以下，n を自然数とし，状態 B から始めて操作 T を繰り返し施す。操作 T を n 回施し終えたとき，状態 A である確率を a_n，状態 B である確率を b_n，状態 C である確率を c_n とする。$n \geqq 2$ とするとき，a_n，b_n と a_{n-1}，b_{n-1}，c_{n-1} の間には次の関係式が成り立つ。

$$\begin{cases} a_n = \boxed{（あ）}\,a_{n-1} + \boxed{（う）}\,b_{n-1} + \boxed{（お）}\,c_{n-1} \\ b_n = \boxed{（い）}\,a_{n-1} + \boxed{（え）}\,b_{n-1} + \boxed{（か）}\,c_{n-1} \end{cases}$$

したがって b_n と b_{n-1} の間には次の関係式が成り立つことがわかる。

$$b_n = \boxed{（き）}\,b_{n-1} + \boxed{（く）}$$

これより $n \geqq 1$ に対して b_n を n の式で表すと

$$b_n = \boxed{（け）} + \boxed{（こ）}\left(\boxed{（さ）}\right)^n$$

となる。さらに $d_n = \dfrac{a_n}{\left(\boxed{（あ）}\right)^n}$ とおくとき，d_n を n の式で表すと

$$d_n = \boxed{（し）}\left\{\left(\boxed{（す）}\right)^n - \left(\boxed{（せ）}\right)^n\right\}$$

となる。