

問題 以下の文章の空欄に適切な数，式，または記号を入れて文章を完成させなさい。ただし空欄 (さ)，(し)，(す) には選択肢より適切な記号を選んで記入すること。

座標空間の4点 $O(0, 0, 0)$ ， $A(-3, -1, 1)$ ， $B(2, -2, 2)$ ， $C(3, 3, 3)$ を頂点とする四面体 $OABC$ の，平面 $z = t$ による切り口を S_t とする。

- (1) S_t は $1 < t < 2$ のとき四角形となり， $t = 1$ および $t = 2$ のとき三角形となる。 $1 < t < 2$ に対して，以下の条件を満たすように S_t の4つの頂点を W, X, Y, Z と定める。

条件： t を1に限りなく近づけるととき W と X が限りなく近づき， t を2に限りなく近づけるととき W と Y が限りなく近づく。

このとき W, X, Y, Z の座標は

$$W(\text{(あ)}, \text{(い)}, t), \quad X(\text{(う)}, \text{(え)}, t), \\ Y(\text{(お)}, \text{(か)}, t), \quad Z(\text{(き)}, \text{(く)}, t)$$

となる。

- (2) $1 \leq t \leq 2$ のとき， S_t の面積を $A(t)$ とすると， $A(t) = \text{(け)}$ である。これより四面体 $OABC$ の体積 V を求めると $V = \text{(こ)}$ となる。
- (3) 点 $D(6, 2, 4)$ を追加すると，5点 O, A, B, C, D は6つの三角形 $OAB, OBC, OAC, \text{(さ)}, \text{(し)}$ ， (す) を面とする六面体の頂点である。3点 A, B, C を通る平面 α と線分 OD との交点を E とするとき， $\vec{AE} = u\vec{AB} + v\vec{AC}$ が成り立つように u, v を定めると $u = \text{(せ)}$ ， $v = \text{(そ)}$ である。したがって $u + v > 1$ となるので，点 E はこの六面体の外にある。

選択肢

ABC, ABD, ACD, BCD, OAD, OBD, OCD

- (4) $1 < t < 2$ に対して，(3) の六面体を平面 $z = t$ で切った切り口の面積を $U(t)$ とすると， $U(t)$ は $t = \text{(た)}$ (ただし $1 < \text{(た)} < 2$) において最大値 (ち) をとる。