

**問題** 以下の文章の空欄に適切な数，式，または記号を入れて文章を完成させなさい。ただし空欄 (さ)，(し)，(す) には選択肢より適切な記号を選んで記入すること。

座標空間の4点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(-3, -1, 1)$ ,  $B(2, -2, 2)$ ,  $C(3, 3, 3)$  を頂点とする四面体  $OABC$  の，平面  $z = t$  による切り口を  $S_t$  とする。

- (1)  $S_t$  は  $1 < t < 2$  のとき四角形となり， $t = 1$  および  $t = 2$  のとき三角形となる。 $1 < t < 2$  に対して，以下の条件を満たすように  $S_t$  の4つの頂点を  $W, X, Y, Z$  と定める。

条件： $t$  を1に限りなく近づけるととき  $W$  と  $X$  が限りなく近づき， $t$  を2に限りなく近づけるととき  $W$  と  $Y$  が限りなく近づく。

このとき  $W, X, Y, Z$  の座標は

$$W(\text{(あ)}, \text{(い)}, t), \quad X(\text{(う)}, \text{(え)}, t), \\ Y(\text{(お)}, \text{(か)}, t), \quad Z(\text{(き)}, \text{(く)}, t)$$

となる。

- (2)  $1 \leq t \leq 2$  のとき， $S_t$  の面積を  $A(t)$  とすると， $A(t) = \text{(け)}$  である。これより四面体  $OABC$  の体積  $V$  を求めると  $V = \text{(こ)}$  となる。
- (3) 点  $D(6, 2, 4)$  を追加すると，5点  $O, A, B, C, D$  は6つの三角形  $OAB, OBC, OAC, \text{(さ)}, \text{(し)}$ ， $\text{(す)}$  を面とする六面体の頂点である。3点  $A, B, C$  を通る平面  $\alpha$  と線分  $OD$  との交点を  $E$  とするとき， $\vec{AE} = u\vec{AB} + v\vec{AC}$  が成り立つように  $u, v$  を定めると  $u = \text{(せ)}$ ， $v = \text{(そ)}$  である。したがって  $u + v > 1$  となるので，点  $E$  はこの六面体の外にある。

選択肢

ABC, ABD, ACD, BCD, OAD, OBD, OCD

- (4)  $1 < t < 2$  に対して，(3) の六面体を平面  $z = t$  で切った切り口の面積を  $U(t)$  とすると， $U(t)$  は  $t = \text{(た)}$  (ただし  $1 < \text{(た)} < 2$ ) において最大値  $\text{(ち)}$  をとる。