

2024年度 北里大学 前期理系 第2問

問題 次の問に答えよ。

- (1) 関数 $y = \frac{1}{x}$ の定積分を用いて、 $n \geq 2$ を満たすすべての整数 n に対して $\sum_{k=2}^n \frac{1}{k} < \log n$ が成り立つことを証明せよ。
- (2) $f(x) = x + \frac{x}{1+x} - 2\log(1+x)$ とおく。すべての正の実数 x に対して $f(x) > 0$ が成り立つことを証明せよ。さらに、すべての正の整数 n に対して $\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} > 2\log\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ が成り立つことを証明せよ。
- (3) $n \geq 2$ を満たすすべての整数 n に対して $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{n}\right) > \log n$ が成り立つことを証明せよ。

S.kitazato2024A_02.pbm