

2024年度 北里大学 前期理系 第3問

問題 箱 A には赤玉 2 個, 白玉 1 個が入っており, 箱 B には白玉 3 個が入っている。2 つの箱 A, B について, 次の操作を繰り返す。

(操作) 2 つの箱 A, B からそれぞれ 1 個ずつ玉を同時に取り出し, 箱 A から取り出した玉を箱 B に入れて, 箱 B から取り出した玉を箱 A に入れる。

n 回目の操作を終えたときに箱 A に入っている赤玉の個数が 2 個, 1 個, 0 個である確率をそれぞれ p_n, q_n, r_n とし, 3 つの数列 $\{p_n\}, \{q_n\}, \{r_n\}$ を定める。次の問に答えよ。

(1) p_1, q_1, p_2, q_2 の値をそれぞれ求めよ。また, 正の整数 n に対し, r_n を p_n と q_n を用いて表せ。

(2) 正の整数 n に対し, p_{n+1} を p_n と q_n を用いて表し, q_{n+1} を q_n を用いて表せ。

(3) 数列 $\{q_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) $s_n = 3^n p_n$ とおく。数列 $\{s_n\}$ の一般項を求めよ。さらに, 数列 $\{p_n\}$ の一般項を求めよ。

S.kitazato2024A_03.pbm