

問題 次の文章中のア～ヌに適する符号または数字を解答用紙の所定の欄にマークせよ。

関数 $f(x) = \frac{\log 4x}{\sqrt{x}}$ がある。 $y = f(x)$ のグラフを C とする。

(1) C と x 軸の交点の座標は $\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, 0 \right)$ である。

(2) $f(x)$ を微分すると、

$$f'(x) = \frac{\boxed{\text{ウ}} - \log 4x}{\boxed{\text{エ}} x\sqrt{x}}$$

である。

よって、 $f(x)$ は、 $x = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} e^{\boxed{\text{キ}}}$ で極大値 $\frac{\boxed{\text{ク}}}{e}$ をとる。

(3) t を正の実数とし、 C 上の点 $(t, f(t))$ における C の接線を l とする。 l と y 軸の交点の y 座標を $g(t)$ とすると、

$$g(t) = \frac{\boxed{\text{ケ}} \log 4t - \boxed{\text{コ}}}{2\sqrt{t}}$$

である。

よって、 $g(t)$ は $t = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} e^{\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}}$ のとき、最大値 $\boxed{\text{ソ}} e^{-\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}}$ をとる。

(4) C 、 x 軸および、直線 $x = \frac{e^4}{4}$ によって囲まれた図形を D とする。

(i) D の面積は、 $\boxed{\text{ツ}} e^{\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}} + \boxed{\text{ト}}$ である。

(ii) D を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は、 $\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \pi$ である。