

2023年度 久留米大学 前期理系 第3問

問題 n を正の整数とする。連立不等式

$$\begin{cases} y \geq 2^{\log_2 x + x} \\ y \leq -x^2 + n(2^n + n) \end{cases}$$

で表される領域を D_n とする。ただし、 x 座標と y 座標がともに整数となる点を「格子点」と呼ぶものとする。

(1) D_2 に含まれる格子点の個数は $\boxed{\text{ミム}}$ 個である。

(2) $S = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n$ とするとき、

$$S = (n - \boxed{\text{メ}}) \cdot 2^{n+\boxed{\text{モ}}} + \boxed{\text{ヤ}}$$

である。

(3) D_n に含まれる格子点の個数を n を用いて表すと、

$$\frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}} n^3 - \frac{\boxed{\text{ラ}}}{\boxed{\text{リ}}} n^2 + \frac{\boxed{\text{ル}}}{\boxed{\text{レ}}} n - \boxed{\text{ロ}} + (n^2 - \boxed{\text{ワ}} n + \boxed{\text{ン}}) \cdot 2^n$$

である。