

2023年度 久留米大学 前期理系 第4問

**問題** 平面上に点 O を中心とする半径が 1 の円  $C_1$  と、点 O を中心とする半径が  $\sqrt{6}$  の円  $C_2$  がある。円  $C_2$  上に点 A をとり、点 A から円  $C_1$  に引いた接線と円  $C_1$  との接点の 1 つを P, 直線 OP と円  $C_1$  の交点のうち点 P と異なる点を Q, 直線 AQ と円  $C_1$  との交点のうち点 Q と異なる点を R とおく。

このとき,

$$AP = \sqrt{\boxed{\text{あ}}}, \quad AQ = \boxed{\text{い}}, \quad AR = \frac{\boxed{\text{う}}}{\boxed{\text{え}}}$$

であり、直線 AP と円  $C_2$  の交点のうち点 A と異なる点を S, 直線 AO と直線 SQ の交点を T とおくと,

$$AP : PS = \boxed{\text{お}} : \boxed{\text{か}}, \quad ST : TQ = \boxed{\text{き}} : \boxed{\text{く}}$$

である。ここで、 $\boxed{\text{お}} \sim \boxed{\text{く}}$  は最小の自然数を用いて答えよ。

さらに、直線 PR と直線 OA の交点を点 U, 直線 PR と円  $C_2$  の 2 つの交点を D, E とすると,

$$AU = \frac{\boxed{\text{け}} \sqrt{\boxed{\text{こ}}}}{\boxed{\text{さ}}}$$

であるので,

$$DU \times EU = \frac{\boxed{\text{しすせ}}}{\boxed{\text{そた}}}$$

である。