

2023年度 久留米大学 前期理系 第4問

問題 平面上に点 O を中心とする半径が 1 の円 C_1 と、点 O を中心とする半径が $\sqrt{6}$ の円 C_2 がある。円 C_2 上に点 A をとり、点 A から円 C_1 に引いた接線と円 C_1 との接点の 1 つを P 、直線 OP と円 C_1 の交点のうち点 P と異なる点を Q 、直線 AQ と円 C_1 との交点のうち点 Q と異なる点を R とおく。

このとき、

$$AP = \sqrt{\boxed{\text{あ}}}, \quad AQ = \boxed{\text{い}}, \quad AR = \frac{\boxed{\text{う}}}{\boxed{\text{え}}}$$

であり、直線 AP と円 C_2 の交点のうち点 A と異なる点を S 、直線 AO と直線 SQ の交点を T とおくと、

$$AP : PS = \boxed{\text{お}} : \boxed{\text{か}}, \quad ST : TQ = \boxed{\text{き}} : \boxed{\text{く}}$$

である。ここで、 $\boxed{\text{お}} \sim \boxed{\text{く}}$ は最小の自然数を用いて答えよ。

さらに、直線 PR と直線 OA の交点を点 U 、直線 PR と円 C_2 の 2 つの交点を D, E とすると、

$$AU = \frac{\boxed{\text{け}} \sqrt{\boxed{\text{こ}}}}{\boxed{\text{さ}}}$$

であるので、

$$DU \times EU = \frac{\boxed{\text{しすせ}}}{\boxed{\text{そた}}}$$

である。