

2023年度 久留米大学 後期理系 第3問

問題 箱の中に1から8までの数字が書かれた球が1つずつ合計8個入っている。この箱の中から無作為に1個の球を取り出し、球に書かれた数字を見た上で、箱の中に戻すという試行を繰り返す。 k 回目に出た球に書かれた数を a_k とし、 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = S_n$ とする。 S_n が3の倍数となる確率を p_n とするとき、

(1) 1回の試行で、取り出された球に書かれた数を3で割った余りが0である確率は $\frac{\text{ノ}}{\text{ハ}}$ であり、3で割った余りが1である確率は $\frac{\text{ヒ}}{\text{フ}}$ であり、3で割った余りが2である確率は $\frac{\text{ヘ}}{\text{ホ}}$ である。

(2) a_1 を3で割った余りが0であり、かつ、 S_2 を3で割った余りが0となる確率は $\frac{\text{マ}}{\text{ミム}}$ であり、 a_1 を3で割った余りが0ではなく、かつ、 S_2 を3で割った余りが0となる確率は $\frac{\text{メ}}{\text{モヤ}}$ である。

よって、確率 p_2 は $p_2 = \frac{\text{ユヨ}}{\text{ラリ}}$ である。

(3) p_{n+1} を p_n で表すと

$$p_{n+1} = \frac{\text{あい}}{\text{う}} p_n + \frac{\text{え}}{\text{お}}$$

よって、確率 p_n は、

$$p_n = \frac{\text{か}}{\text{き}} + \frac{\text{く}}{\text{け}} \cdot \left(\frac{\text{こさ}}{\text{し}} \right)^n$$

である。