

2024年度 久留米大学 前期理系 第5問

**問題** 異なる  $n$  個から  $r$  個を取る組合せの総数を  ${}_n C_r$  とする。 $k \geq 2$  とし、下図のように、一番下の行の左から  $k$  列目のマスに  ${}_{2k-1} C_1$  をおく。次に、 ${}_{2k-1} C_1$  の上に  ${}_{2k-1} C_2$ 、そのまた上に  ${}_{2k-1} C_3$  をおいて、 $k$  段目まで順に上に並べていく。このとき、左から  $k$  列目、下から  $k$  段目は  ${}_{2k-1} C_k$  となる。さらに、一番下のマスから  $k$  段目まで上に並べたら、今度は  ${}_{2k-1} C_k$  の左に  ${}_{2k-1} C_{k+1}$  をおき、そのまた左に  ${}_{2k-1} C_{k+2}$  をおき、左端まで順に左に並べていく。また、左から 1 列目、下から 1 段目のマスは  ${}_1 C_1$  とする。左から  $i$  列目、下から  $j$  列目のマス目にある  ${}_n C_r$  を  $a_{i,j}$  と書く。例えば、 $a_{3,4} = {}_7 C_5$ 、 $a_{1,3} = {}_5 C_5$  である。

${}_7 C_7$	${}_7 C_6$	${}_7 C_5$	${}_7 C_4$	
${}_5 C_5$	${}_5 C_4$	${}_5 C_3$	${}_7 C_3$	
${}_3 C_3$	${}_3 C_2$	${}_5 C_2$	${}_7 C_2$	
${}_1 C_1$	${}_3 C_1$	${}_5 C_1$	${}_7 C_1$	

- (1)  $a_{8,8}$  の値を求めると、 $a_{8,8} =$   である。
- (2)  $a_{i,j} = {}_{11} C_8$  は、 $i =$  ,  $j =$   であり、  
 $a_{i,j} = {}_{203} C_{97}$  は、 $i =$  ,  $j =$   であり、  
 $a_{i,j} = {}_{203} C_{105}$  は、 $i =$  ,  $j =$   である。
- (3)  $n$  を 2 以上の整数とすると、  

$$\sum_{j=1}^n a_{n,j} + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i,n} =$$
   $^{2n-1}$   $-$   である。