

2024 年度 久留米大学 前期理系 第 5 問

問題 異なる n 個から r 個を取る組合せの総数を ${}_n C_r$ とする。 $k \geq 2$ とし、下図のように、一番下の行の左から k 列目のマスに ${}_{2k-1} C_1$ をおく。次に、 ${}_{2k-1} C_1$ の上に ${}_{2k-1} C_2$ 、そのまた上に ${}_{2k-1} C_3$ をおいて、 k 段目まで順に上に並べていく。このとき、左から k 列目、下から k 段目は ${}_{2k-1} C_k$ となる。さらに、一番下のマスから k 段目まで上に並べたら、今度は ${}_{2k-1} C_k$ の左に ${}_{2k-1} C_{k+1}$ をおき、そのまた左に ${}_{2k-1} C_{k+2}$ をおき、左端まで順に左に並べていく。また、左から 1 列目、下から 1 段目のマスは ${}_1 C_1$ とする。左から i 列目、下から j 列目のマス目にある ${}_n C_r$ を $a_{i,j}$ と書く。例えば、 $a_{3,4} = {}_7 C_5$ 、 $a_{1,3} = {}_5 C_5$ である。

${}_7 C_7$	${}_7 C_6$	${}_7 C_5$	${}_7 C_4$	
${}_5 C_5$	${}_5 C_4$	${}_5 C_3$	${}_7 C_3$	
${}_3 C_3$	${}_3 C_2$	${}_5 C_2$	${}_7 C_2$	
${}_1 C_1$	${}_3 C_1$	${}_5 C_1$	${}_7 C_1$	

- (1) $a_{8,8}$ の値を求めると、 $a_{8,8} =$ である。
- (2) $a_{i,j} = {}_{11} C_8$ は、 $i =$, $j =$ であり、
 $a_{i,j} = {}_{203} C_{97}$ は、 $i =$, $j =$ であり、
 $a_{i,j} = {}_{203} C_{105}$ は、 $i =$, $j =$ である。
- (3) n を 2 以上の整数とするととき、

$$\sum_{j=1}^n a_{n,j} + \sum_{i=1}^{n-1} a_{i,n} =$$
 $^{2n-1}$ $-$ である。