

2024年度 久留米大学 後期理系 第5問

問題 座標平面上に2つの円 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ と $C_2: (x-5)^2 + y^2 = 16$ があり、この2つの円は点 $S(1, 0)$ で接している。円 C_1 上を動く点 P と円 C_2 上を動く点 Q があり、動点 P と動点 Q は点 S を同時に出発し、動点 P は反時計回りに円 C_1 を1周して点 S に、動点 Q は時計回りに円 C_2 を半周して点 $(9, 0)$ に同時に着くとし、動点 P と動点 Q はそれぞれ一定の速さで回るものとする。円 C_2 の中心を A とし、 $\angle QAS = \theta$ とするとき、

(1) 動点 P と動点 Q の座標を θ を用いて表すと、

$$P(\cos \boxed{\text{ぬ}} \theta, \sin \boxed{\text{ぬ}} \theta), Q(\boxed{\text{ねの}} \cos \theta + \boxed{\text{は}}, \boxed{\text{ひ}} \sin \theta) \text{ である。}$$

ただし、 θ の値の範囲は $\boxed{\text{ふ}}$ である。 $\boxed{\text{ふ}}$ に当てはまるものを下の①~③の中から1つ選べ。

- ① $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ② $0 \leq \theta \leq \pi$ ③ $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 ④ $-\pi \leq \theta \leq \pi$

(2) 動点 P と動点 Q の中点を M とし、 θ を $\boxed{\text{ふ}}$ の範囲で動かしたときの点 M が描く曲線を W とする。曲線 W と x 軸との交点は

$$\text{点} (\boxed{\text{へ}}, 0) \text{ と点} (\boxed{\text{ほ}}, 0) \text{ (ただし, } \boxed{\text{へ}} < \boxed{\text{ほ}} \text{)}$$

であるから、曲線 W と x 軸とで囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ま}}}{\boxed{\text{み}}} \pi$ である。