

2024年度 杏林大学 前期理系 第2問

問題 セ の解答は該当する解答群の中から最も適当なもの一つ選べ。

実数 x の関数 $f(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}e^{-x} - 1$ に対し、座標平面上の $y = f(x)$ のグラフを C とする。また、実数の媒介変数 s を用いて次式で表される座標平面上の曲線を Γ とする。

$$x = s - 1 + \frac{2}{e^{2s} + 1}, \quad y = \frac{2e^s}{e^{2s} + 1} - 1$$

ただし、 e は自然対数の底である。

(1) $s = \log_e 3$ としたときの曲線 Γ 上の点を P とする。

点 P の座標は $\left(\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}} + \log_e 3, -\frac{\text{エ}}{\text{オ}} \right)$ であり、この点における曲線 Γ の法線 l の方程式は

$$y = \frac{\text{カ}}{\text{キ}}(x - \log_e 3) + \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$$

とかける。

(2) x 座標が $\log_e 3$ である C 上の点を Q とする。点 Q の y 座標は $\frac{\text{コ}}{\text{サ}}$ であり、

$f'(\log_e 3) = \frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ が成り立つ。直線 l は、点 Q における曲線 C の セ である。

セ の選択群

- ① 法線 ② 接線 ③ 接線と $\frac{\pi}{6}$ の角度で交わる直線
 ④ 接線と $\frac{\pi}{4}$ の角度で交わる直線 ⑤ 接線と $\frac{\pi}{3}$ の角度で交わる直線

(3) 原点 O と点 Q を結ぶ曲線 C の長さを d とすると、 $d = \frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$ であり、 $\frac{d}{PQ} = \text{チ}$ が成り立つ。