

2024年度 杏林大学 前期理系 第2問

問題 セ の解答は該当する解答群の中から最も適当なもの一つ選べ。

実数  $x$  の関数  $f(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}e^{-x} - 1$  に対し、座標平面上の  $y = f(x)$  のグラフを  $C$  とする。また、実数の媒介変数  $s$  を用いて次式で表される座標平面上の曲線を  $\Gamma$  とする。

$$x = s - 1 + \frac{2}{e^{2s} + 1}, \quad y = \frac{2e^s}{e^{2s} + 1} - 1$$

ただし、 $e$  は自然対数の底である。

(1)  $s = \log_e 3$  としたときの曲線  $\Gamma$  上の点を  $P$  とする。

点  $P$  の座標は  $\left( \frac{\text{アイ}}{\text{ウ}} + \log_e 3, -\frac{\text{エ}}{\text{オ}} \right)$  であり、この点における曲線  $\Gamma$  の法線  $l$  の方程式は

$$y = \frac{\text{カ}}{\text{キ}}(x - \log_e 3) + \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$$

とかける。

(2)  $x$  座標が  $\log_e 3$  である  $C$  上の点を  $Q$  とする。点  $Q$  の  $y$  座標は  $\frac{\text{コ}}{\text{サ}}$  であり、

$f'(\log_e 3) = \frac{\text{シ}}{\text{ス}}$  が成り立つ。直線  $l$  は、点  $Q$  における曲線  $C$  の セ である。

セ の選択群

- ① 法線
- ② 接線
- ③ 接線と  $\frac{\pi}{6}$  の角度で交わる直線
- ④ 接線と  $\frac{\pi}{4}$  の角度で交わる直線
- ⑤ 接線と  $\frac{\pi}{3}$  の角度で交わる直線

(3) 原点  $O$  と点  $Q$  を結ぶ曲線  $C$  の長さを  $d$  とすると、 $d = \frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$  であり、 $\frac{d}{PQ} = \text{チ}$  が成り立つ。