2024年度　日本医科大学　前期理系　第３問

問題　1 以上の整数 n に対して，I_n，J_n を次式で定める（ただし，e は自然対数の底である）。

$$I_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} e^{-x} \left|\sin(nx)\right| dx,\ J_n = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} \frac{\left|\sin(nx)\right|}{e^x + \left|\cos(nx)\right|} dx$$

(1)　正の定数 a に対して，次の定積分の値を a を用いて表せ。答えのみでよい。

$$K(a) = \int_0^{\pi} e^{-ax} \sin x \, dx$$

(2)　正の定数 b に対して，極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\left(1 - e^{-\frac{b}{n}}\right)$ の値を b を用いて表せ。

(3)　I_n を n を用いて表せ。答えのみでよい。

(4)　極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} e^{n\pi} J_n$ の値を求めよ。

S_nichii2024A_03.pbm