

2024年度 聖マリアンナ医科大学 前期理系 第2問

**問題** 3辺の長さが  $AB = 2$ ,  $BC = 3$ ,  $AC = t$  ( $1 < t < 5$ ) である  $\triangle ABC$  の辺  $AC$  上に点  $D$  をとる。また、 $\angle ABD = \alpha$ ,  $\angle CBD = \beta$ ,  $\angle ADB = \theta$  とする。

以下の (1)~(3) の  ~  に当てはまる適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1)  $\sin \alpha = \sin \beta$  のとき  $AD = \text{キ} t$  であり、 $2 \sin \alpha = \sin \beta$  のとき  $AD = \text{ク} t$  である。

(2)  $2 \sin \alpha = \sin \beta$  とする。このとき、 $\triangle ABD$ ,  $\triangle CBD$  に余弦定理をそれぞれ用いて、 $\cos \theta$ ,  $\cos(180^\circ - \theta)$  を  $BD$  と  $t$  を用いた式で表すと

$$\cos \theta = \frac{16BD^2 + \text{ケ}}{8tBD}$$

$$\cos(180^\circ - \theta) = \frac{16BD^2 + \text{コ}}{24tBD}$$

である。

(3)  $2 \sin \alpha = \sin \beta$  とし、 $BD = s$  とおく。 $s$  を用いて  $t^2$  を表すと  $t^2 = \frac{\text{サ}}{3}$  である。また  $\cos \alpha$  を  $s$  を用いて表すと、

$$\cos \alpha = \frac{16s^2 + \text{シ}}{\text{ス} s}$$

である。 $\cos \alpha$  を  $s$  の関数と考えると、その最小値を求めると  である。また、 $\cos \alpha$  が最小値をとるときの  $s$ ,  $t$  の値を求めると  $s = \text{ソ}$ ,  $t = \text{タ}$  である。