2024 年度　聖マリアンナ医科大学　後期理系　第２問

問題　自然数 n に対して，有理数 a_n，b_n を

$$a_n + b_n\sqrt{5} = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n \cdots\cdots (*)$$

を満たすように定める。以下の (1)，(2) に対する解答と (3)，(4) の $\boxed{\text{シ}}$ ～ $\boxed{\text{タ}}$ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1)　二項定理を用いて式 (∗) の右辺を展開して，

$$a_n = \sum_{k=0}^{A} {}_n\mathrm{C}_{2k} \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{2k} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2k}$$

$$b_n = \sum_{k=0}^{B} {}_n\mathrm{C}_{2k+1} \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{2k} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2k}$$

と表すとき，$A = \boxed{\text{コ}}$，$B = \boxed{\text{サ}}$ である。$\boxed{\text{コ}}$，$\boxed{\text{サ}}$ にあてはまるものを，次の選択肢からそれぞれ選び，その記号を答えよ。ただし，実数 x に対して $[x]$ は x を超えない最大の整数を表すものとする。

【選択肢】

ⓐ $\left[\dfrac{n-1}{2}\right]$　　ⓑ $\left[\dfrac{n}{2}\right]$　　ⓒ $\left[\dfrac{n+1}{2}\right]$　　ⓓ $\left[\dfrac{n}{2}\right]+1$

ⓔ $\left[\dfrac{n}{2}\right]+2$

(2)　自然数 n に対して，有理数 c_n，d_n を

$$c_n + d_n\sqrt{5} = \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

を満たすように定める。c_n，d_n を a_n，b_n を用いてそれぞれ表せ。

(3)　a_n，b_n の一般項は

$$a_n = \boxed{\text{シ}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \boxed{\text{ス}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

$$b_n = \boxed{\text{セ}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \boxed{\text{ソ}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

となる。なお $\boxed{\text{シ}}$ ～ $\boxed{\text{ソ}}$ は n を含まない数である。

(4)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \boxed{\text{タ}}$ である。

S_seimari2024C_02.pbm