

2024年度 聖マリアンナ医科大学 後期理系 第4問

問題 $f(x) = x(x-1)(x-3)$ とし、座標平面上の曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = mx$ (m は実数) は3点 $O(0, 0)$, $P(x_1, mx_1)$, $Q(x_2, mx_2)$ ($0 < x_1 < x_2$) を共有するものとする。

以下の(1)~(3)の ~ にあてはまる適切な数および(4)に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) m の範囲を求めると $< m <$ である。

(2) $x_1^2 + x_2^2$, $x_1^3 + x_2^3$, $x_1^4 + x_2^4$ を m を用いた式で表すと、

$$x_1^2 + x_2^2 = \text{マ} m + 10$$

$$x_1^3 + x_2^3 = \text{ミ} m + 28$$

$$x_1^4 + x_2^4 = 2m^2 + \text{ム} m + 82$$

となる。

(3) 線分 OP と曲線 $y = f(x)$ の囲む部分の面積を S_1 , 線分 PQ と曲線 $y = f(x)$ の囲む部分の面積を S_2 とするとき、 $S_1 : S_2 = 1 : 2$ となるような m の値を求めると $m = \frac{\text{メ}}{3}$ である。

(4) (3) の m の値の計算過程を記せ。