

2010年度 昭和大学 I期理系 第2問

問題 実数 t に対し、 t を超えない最大の整数を記号 $[t]$ で表す。次の問に答えよ。

(1) 任意の実数 x に対して、次の等式 ① が成り立つことを示したい。

$$[x] + \left[x + \frac{1}{2} \right] = [2x] \cdots \cdots \text{①}$$

いま、実数 x を、整数 m と $0 \leq \alpha < 1$ を満たす実数 α により、 $x = m + \alpha$ と表す。

(i) $0 \leq \alpha < \frac{1}{2}$ とする。このとき、等式 ① が成り立つことを証明せよ。

(ii) $\frac{1}{2} \leq \alpha < 1$ とする。このとき、等式 ① が成り立つことを証明せよ。

(2) 任意の実数 x 、および $n \geq 2$ を満たす任意の整数 n に対して、次の等式 ② が成り立つことを証明せよ。

$$[x] + \left[x + \frac{1}{n} \right] + \cdots \cdots + \left[x + \frac{n-1}{n} \right] = [nx] \cdots \cdots \text{②}$$

S_syouwa2010A_02.pbm