

2021年度 東邦大学 前期理系 第8問

問題 O を原点とする  $xy$  平面において、半直線  $y \cos \theta = x \sin \theta$  ( $x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) と曲線

$x^2 + 4xy + 5y^2 = 1$  との交点を  $A_\theta$  とする。  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  のとき、  $\theta$  の関数  $f(\theta) = \frac{1}{OA_\theta^2}$  のとり得る値の範囲

は  $\boxed{\text{キ}} \leq f(\theta) \leq \boxed{\text{ク}} + \boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}$  である。また、  $\theta_k = \frac{k}{2n} \pi$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) とすると、

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(\theta_k) = \boxed{\text{サ}} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\pi}$  である。

S\_toho2021A\_08.pbm