

2024年度 防衛医科大学校 一般理系 第7問

**問題** 座標平面上に点  $A(1, 0)$  がある。原点を  $O$  とし、 $0$  より大きい整数  $n$  に対して点  $P_k$  の座標を  $(0, \frac{k}{n})$  とする ( $k = 1, 2, \dots, n$ )。このとき、以下の問に答えよ。

(1)  $\triangle AOP_k$  の外接円の面積を  $b_k$  としたとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{b_k}{n}$  はいくらか。

(2) (i) 実数  $x$  について、 $\sqrt{x^2+1} + x = t$  とおいたとき、 $\sqrt{x^2+1}$  を  $t$  で表せ。

(ii) 定積分  $\int_0^1 \sqrt{x^2+1} dx$  の値を求めよ。

(3)  $\triangle AOP_k$  の内接円の半径を  $c_k$  としたとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{n}$  はいくらか。

X\_boueika2024A\_07.pbm