

問題 ('08 東京医科歯科大)

【難易度】…標準

微分可能な関数 $f(x)$, $g(x)$ が次の 4 条件を満たしている .

- (a) 任意の正の実数 x について $f(x) > 0$, $g(x) > 0$
- (b) 任意の実数 x について $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$
- (c) 任意の実数 x, y について $f(x+y) = f(x)f(y) + g(x)g(y)$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} = 2$

このとき以下の各問いに答えよ .

- (1) $f(0)$ および $g(0)$ を求めよ .
- (2) $\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2$ を求めよ .
- (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-f(x)}{x^2}$ を求めよ .
- (4) $f(x)$ の導関数を $g(x)$ を用いて表せ .
- (5) 曲線 $y = f(x)g(x)$, 直線 $x = a$ ($a > 0$) および x 軸で囲まれる図形の面積が 1 のとき $f(a)$ の値を求めよ .