

**11**

【解答時間...25分】

次の関係式をみたす関数  $f(x)$  がある .

$$\int_0^x f(t) dt = f(x) + 1 + \int_{-x}^x f(t) dt$$

(1)  $f(0), f'(0)$  の値を求めよ .

(2)  $a, b$  を実数とし ,  $f(x)$  が  $f(x) = e^x(a \sin x + b \cos x)$  の形で与えられるとき ,  $a, b$  の値を求めよ .

(3)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x dx + 1$  を示せ .

(4)  $f(x)$  が (2) で定めた関数のとき , 不等式

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, y \geq -1, y \leq f(x)$$

によって表される領域を  $D$  とする .  $D$  の面積  $S$  を求めよ .