

21 ('06 九州大)

【難易度】…標準

2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は, $a_1 = b_1 = 1$ および, 関係式

$$\begin{cases} a_{n+1} = 2a_nb_n \\ b_{n+1} = 2a_n^2 + b_n^2 \end{cases}$$

をみたまものとする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $n \geq 3$ のとき, a_n は 3 で割り切れるが, b_n は 3 で割り切れないことを示せ.
- (2) $n \geq 2$ のとき, a_n と b_n は互いに素であることを示せ.