



('90 北海道大)

【難易度】…標準

数列 $\{a_n\}$ は, $0 < a_1 < 1$,

$$a_{n+1} = \frac{na_n^2 + 2n + 1}{a_n + 3n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしているとする.

- (1) $0 < a_n < 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)であることを示せ.
- (2) $1 - a_{n+1} < \frac{2}{3}(1 - a_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)であることを示し, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ.
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - a_{n+1}}{1 - a_n}$ を求めよ.