

22

('09 福井大)

【難易度】… 難

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ に関して、以下の問いに答えよ。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = a_n - \frac{n}{(n+1)!} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) 一般項 a_n を求めよ。
- (2) 2 以上の自然数 m に対して $\sum_{k=1}^{m-1} a_k a_{m-k}$ を求めよ。
- (3) 不等式 $\frac{(a_n)^2}{a_{2n}} < \frac{4^n}{\sqrt{2n+1}}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを証明せよ。