

24 ('90 大阪大)

【難易度】…標準

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ を証明せよ .

(2) $0 < x < \pi$ のとき $x - \sin x < x(1 - \cos x)$ が成り立つことを証明せよ .

(3) $a > 0$ とする . 曲線 $y = \sqrt{x+a} \sin \frac{x}{a}$ ($0 \leq x \leq 1$) を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を $V(a)$ とする . $V(a)$ の値を求めよ .

(4) $\lim_{a \rightarrow \infty} V(a)$ を求めよ .