

26 ('10 広島大)

【難易度】 … 標準

4 で割ると余りが 1 である自然数全体の集合を A とする . すなわち ,

$$A = \{4k + 1 \mid k \text{ は } 0 \text{ 以上の整数} \}$$

とする . 次の問いに答えよ .

- (1) x および y が A に属するならば , その積 xy も A に属することを証明せよ .
- (2) 0 以上の偶数 m に対して , 3^m は A に属することを証明せよ .
- (3) m, n を 0 以上の整数とする . $m + n$ が偶数ならば $3^m 7^n$ は A に属し , $m + n$ が奇数ならば $3^m 7^n$ は A に属さないことを証明せよ .
- (4) m, n を 0 以上の整数とする . $3^{2m+1} 7^{2n+1}$ の正の約数のうち A に属する数全体の和を m と n を用いて表せ .