

29 ('99 九州大)

【難易度】…標準

m を 2 以上の自然数, e を自然対数の底とする.

- (1) 方程式 $xe^x - me^x + m = 0$ をみたす正の実数 x の値はただ 1 つであることを示せ. また, その値を c とするとき, $m - 1 < c < m$ となることを示せ.
- (2) $x > 0$ の範囲で $f(x) = \frac{e^x - 1}{x^m}$ は $x = c$ で最小となることを示せ.
- (3) a_m を (2) で求められる $f(x)$ の最小値とすると, $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\log a_m}{m \log m}$ を求めよ.