

**2** ('10 愛媛大)

【難易度】…標準

2つの数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  は, すべての自然数  $n$  について

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{1-b_n^2}, \quad b_{n+1} = a_{n+1}b_n$$

をみたしているとする.

(1) 初項が  $a_1 = b_1 = \frac{1}{2}$  であるとする.(i)  $a_2, b_2, a_3, b_3$  を求めよ.(ii)  $a_n, b_n$  を表す  $n$  の式を推定し, それらの推定が正しいことを数学的帰納法によって証明せよ.(2) 初項が  $a_1 = \frac{1}{2010}, b_1 = \frac{2009}{2010}$  であるとする.(i)  $a_{n+1} + b_{n+1}$  を  $a_n, b_n$  で表せ.(ii)  $a_n + b_n$  を求めよ.