

11

('74 京都大)

【難易度】 … 難

正の定数 a, b に対し, 不等式

$$4m < n^2 < 4m + \frac{a}{\sqrt{m}} + \frac{b}{m}$$

を考え, 次の問いに答えよ.

- (1) $m > 0$ かつ m, n とともに整数であって, この不等式を満たすような m, n の組は有限個しか存在しないことを証明せよ.
- (2) $a = 8, b = 9, m \geq 9$ であるときは, 上の不等式を満たす整数 m, n の組は $n^2 = 4m + 1$ を満たすことを証明せよ.
- (3) (2) の場合の m, n の組のうち, n が最も大きいものを求めよ.