

23 ('10 群馬大)

【難易度】 … 標準

(1) n を自然数とし, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする .

(ア) $10^n < \left(\frac{5}{2}\right)^m$ を満たす自然数 m に対し, $5n < 2m$ を証明せよ .

(イ) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n < \frac{1}{5000} < \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n-1}$ を満たす n を求めよ .

(2) 実数 x, y が連立不等式

$$4x - 3y \geq 1, \quad -2x + 6y \geq 1$$

を満たすとき, $\log_8(4^x + 8^y)$ の最小値を求めよ .