

22

(08 福井大)

【難易度】…標準

空間内に $OA = OB = OC = 1$ である四面体 $OABC$ があり, $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$ とすると,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{2}{3}, \quad \vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{6}, \quad \vec{c} \cdot \vec{a} = -\frac{1}{2}$$

を満たしている. また, $\triangle OAB$, $\triangle OBC$ の重心をそれぞれ D , E とし, 正の数 t に対して, 線分 AE , CD を $1:t$ に内分する点をそれぞれ M , N とする. さらに, 直線 OM , ON と平面 ABC の交点をそれぞれ P , Q とおく. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 4点 A, C, M, N は同一平面上にあることを証明せよ.
- (2) \vec{OP} , \vec{OQ} をそれぞれ $t, \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ.
- (3) 3点 O, P, Q が直角三角形の3頂点になるときの t の値をすべて求めよ.