

27

('81 鹿児島大)

【難易度】…標準

関数 $y = x - ae^x$ の表す曲線を C とする。ただし, a は $0 < a < \frac{1}{e}$ を満たす実数, e は自然対数の底で $e = 2.718\cdots$ である。

- (1) 原点 O から曲線 C へ引いた接線の接点 A の x 座標を求めよ。
- (2) 方程式 $x = ae^x$ は $0 < x < 1$ の範囲では, ただ 1 つの解をもつことを証明せよ。
- (3) x 軸と曲線 C との交点で, x 座標が $0 < x < 1$ を満たす点を $B(b, 0)$ とする。このとき, 曲線 C の弧 AB と線分 OA, OB で囲まれる部分の面積 S を a と b を用いて表せ。
- (4) a が, $0 < a < \frac{1}{e}$ を満たすすべての実数を動くとき, 面積 S を最大にする a の値を求めよ。