

1 ('10 三重大)

【難易度】 … 標準

次の問いに答えよ .

- (1) p, q, r, s を整数とする . このとき $p + q\sqrt{2} = r + s\sqrt{2}$ が成り立つならば , $p = r$ かつ $q = s$ となることを示せ . ここで $\sqrt{2}$ が無理数であることは使ってよい .
- (2) 自然数 n に対し , $(3 + 2\sqrt{2})^n = a_n + b_n\sqrt{2}$ を満たす整数 a_n, b_n が存在することを数学的帰納法により示せ .
- (3) a_n, b_n を (2) のものとする . このときすべての自然数 n について $(x, y) = (a_n, b_n)$ は方程式 $x^2 - 2y^2 = 1$ の解であることを数学的帰納法により示せ .