

40 ('12 三重大)

【難易度】… 難

実数 x に対し, $[x]$ を x 以下の最大の整数とする. すなわち, $[x]$ は整数であり $[x] \leq x < [x] + 1$ を満たすとする. たとえば, $[2] = 2, \left[\frac{5}{3} \right] = 1$ である. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) すべての実数 a とすべての整数 m に対し, $[a + m] = [a] + m$ が成り立つことを示せ.
- (2) 数列 $\{a_k\}$ を $a_k = \left[\frac{2k}{3} \right]$ ($k = 1, 2, \dots$) と定める. 自然数 n に対して, $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ.