

**4** ('10 高知大)

【難易度】…標準

$xy$  平面上の原点を中心として半径 1 の円  $C$  を考える.  $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$  とし,  $C$  上の点  $(\cos \theta, \sin \theta)$  を  $P$  とする.  $P$  で  $C$  に接し, さらに  $y$  軸と接する円でその中心が円  $C$  の内部にあるものを  $S$  とし, その中心  $Q$  の座標を  $(u, v)$  とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $u$  と  $v$  をそれぞれ  $\cos \theta$  と  $\sin \theta$  を用いて表せ.
- (2)  $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$  としたとき, 点  $Q$  の軌跡の式を求めよ. さらに, その軌跡を図示せよ.
- (3) 円  $S$  の面積を  $D(\theta)$  とするとき, 次の値を求めよ.

$$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{D(\theta)}{\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)^2}$$