

7 ('13 山口大)

【難易度】… 難

実数 x に対し, x を超えない最大の整数を $[x]$ で表す. 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_n = [\sqrt{n}] \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められるとき, 次の問いに答えなさい.

- (1) a_1, a_2, a_3, a_4 を求めなさい.
- (2) n を自然数とする.

$$S_n = \sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

とするとき, 次の等式を証明しなさい.

$$S_n = \left(n + \frac{5}{6}\right)a_n - \frac{1}{2}a_n^2 - \frac{1}{3}a_n^3$$