2011 年度　産業医科大学（前期）

医学部　試験時間：100 分

全問必答

1　空欄にあてはまる適切な数，式，記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 角 θ が $0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$，$\tan\theta = \dfrac{4}{3}$ を満たすとき，$\tan\dfrac{\theta}{2}$ の値は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 4 次方程式 $2x^4 + 7x^3 + 4x^2 + 7x + 2 = 0$ の実数解のうち最大のものは $\boxed{\text{イ}}$ である。

(3) 数列の極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left\{\sqrt[3]{(n^3-n^2)^2} - 2n\sqrt[3]{n^3-n^2} + n^2\right\}$ の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(4) 円 $x^2-8x+y^2-8y+30=0$ に接する傾き 1 の 2 つの直線を ℓ_1，ℓ_2 とする。放物線 $y=2x^2+3x-2$ と 2 直線 ℓ_1，ℓ_2 によって囲まれる図形の面積は $\boxed{\text{エ}}$ である。ただし，この図形は原点を含むものとする。

(5) x を正の実数とするとき，関数 $y = \left(\dfrac{2}{x}\right)^x$ の導関数 $\dfrac{dy}{dx}$ は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(6) 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-2\sin 2x + 3\cos^2 x}\,dx$ の値は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(7) バスケットボールのフリースローを，A，B の 2 人がそれぞれ 3 回ずつ試みて，成功した回数が多い方が勝ちとする。A の成功率は $\dfrac{1}{2}$，B の成功率は $\dfrac{2}{3}$ であるとき，A が勝つ確率は $\boxed{\text{キ}}$ である。ただし，A，B の試行は独立な試行と考える。

(8) 0，1，2，3，4，5，6，7 の数字が書かれた 8 枚のカードがある。カードをもとに戻すことなく，1 枚ずつ 8 枚すべてを取り出し，左から順に横に一列に並べる。このとき，数字 k のカードの左側に並んだ k より小さい数字のカードの枚数が $k-1$ 枚である確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。ただし，k は 1 から 7 までの整数のいずれかとする。

2　原点を O とする座標空間内の 3 点 A$(a,\ 0,\ 0)$，B$(0,\ b,\ 0)$，C$(0,\ 0,\ c)$ に対し，A，B，C の定める平面を π とおく。ただし，$a>0$，$b>0$，$c>0$ とする。次の問いに答えなさい。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = s\overrightarrow{\mathrm{OA}} + t\overrightarrow{\mathrm{OB}} + u\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおく。点 P が平面 π 上にあって，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ が平面 π と垂直になるように，実数 s，t，u の値をそれぞれ a，b，c を用いて表しなさい。

(2) 線分 AB の中点を M とし，点 Q は $\overrightarrow{\mathrm{CQ}} = r\overrightarrow{\mathrm{CM}}$ を満たす点であるとする。ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ の大きさ $|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$ を最小にする実数 r の値と，そのときの $|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$ の値を，それぞれ a，b，c を用いて表しなさい。

(3) △OAB，△OBC，△OCA の面積を，それぞれ S_1，S_2，S_3 とするとき，△ABC の面積 S を S_1，S_2，S_3 を用いて表しなさい。

3　数列

$$1,\ 2,\ 1,\ 3,\ 2,\ 1,\ 4,\ 3,\ 2,\ 1,\ 5,\ 4,\ 3,\ 2,\ 1,\ \cdots,\ k,\ k-1,\ \cdots,\ 2,\ 1,\ k+1,\ k,\ \cdots,\ 2,\ 1,\ \cdots$$

の第 n 項を a_n とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 数字 9 が 16 度目に現れるのは第何項か。

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{365} a_n$ を求めなさい。

2011 年度　産業医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1) $\dfrac{1}{2}$　　(2) $\dfrac{-7+\sqrt{33}}{4}$

(3) $\dfrac{1}{9}$　　(4) $\dfrac{26}{3}$

(5) $\left(\dfrac{2}{x}\right)^x(\log 2-\log x-1)$　　(6) $2\sqrt{5}-3$

(7) $\dfrac{43}{216}$　　(8) $\dfrac{1}{k+1}$

2

(1) $s=\dfrac{b^2c^2}{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}$，$t=\dfrac{c^2a^2}{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}$，$u=\dfrac{a^2b^2}{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}$

(2) $r=\dfrac{4c^2}{a^2+b^2+4c^2}$，最小値：$\sqrt{\dfrac{(a^2+b^2)c^2}{a^2+b^2+4c^2}}$

(3) $S=\sqrt{{S_1}^2+{S_2}^2+{S_3}^2}$

3

(1) 292 項　　(2) 3563