

2013年度 大阪大学 (前期)

医学部

試験時間 : 150 分

全問必答

1 三角関数の極限に関する公式

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

を示すことにより, $\sin x$ の導関数が $\cos x$ であることを証明せよ。

2 不等式

$$1 \leq ||x| - 2| + ||y| - 2| \leq 3$$

の表す領域を xy 平面上に図示せよ。

3 4 個の整数, $n+1$, n^3+3 , n^5+5 , n^7+7 がすべて素数となるような正の整数 n は存在しない。これを証明せよ。**4** xyz 空間内の 3 点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(1, 1, 0)$ を頂点とする三角形 OAB を x 軸のまわりに 1 回転させてできる円すいを V とする。円すい V を y 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。**5** n を 3 以上の整数とする。 n 個の球 K_1, K_2, \dots, K_n と n 個の空の箱 H_1, H_2, \dots, H_n がある。以下のように, K_1, K_2, \dots, K_n の順番に, 球を箱に 1 つずつ入れていく。

まず, 球 K_1 を箱 H_1, H_2, \dots, H_n のどれか 1 つに無作為に入れる。次に, 球 K_2 を, 箱 H_2 が空ならば箱 H_2 に入れ, 箱 H_2 が空でなければ残りの $n-1$ 個の空の箱のどれか 1 つに無作為に入れる。


一般に, $i = 2, 3, \dots, n$ について, 球 K_i を, 箱 H_i が空ならば箱 H_i に入れ, 箱 H_i が空でなければ残りの $n-i+1$ 個の空の箱のどれか 1 つに無作為に入れる。

(1) K_n が入る箱は H_1 または H_n である。これを証明せよ。

(2) K_{n-1} が H_{n-1} に入る確率を求めよ。

2013年度 大阪大学 (前期)**医学部**

(略解)

 証明, 図示などは省略**1** 証明は省略**2** 図示は省略**3** 証明は省略**4** $\frac{8}{3}\pi$ **5**

(1) 証明は省略

(2) $\frac{2}{3}$