

2016 年度 岡山大学 (前期)

医学部

試験時間 : 120 分

全問必答

1 p は素数とする。正の整数 n に対し、 p^d が n の約数となる整数 d ($d \geq 0$) のなかで最大のものを $f(n)$ とする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) $p = 3$, $n = 3^2!$ のとき $f(n)$ の値を求めよ。
- (2) $p = 5$, $n = 5^2!$ のとき $f(n)$ の値を求めよ。
- (3) m が正の整数で $n = p^m!$ のとき $f(n)$ を求めよ。

2 関数 $f(x) = 8x^3 - 6x - 1$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x) = 0$ を満たす実数 x の個数を求めよ。
- (2) $a = \cos \frac{5\pi}{9}$ とするとき、 $f(a)$ の値を求めよ。
- (3) 不等式

$$-\frac{1}{5} < \cos \frac{5\pi}{9} < -\frac{1}{6}$$

を証明せよ。

3 a は正の数とし、次の関数 $y = f_a(x)$ のグラフの変曲点を P とする。

$$f_a(x) = axe^{-\frac{x}{a}} \quad (x \geq 0)$$

このとき以下の問いに答えよ。

- (1) 点 P の座標を求めよ。
- (2) a が区間 $1 \leq a \leq 2$ 全体を動くとき、点 P が描く曲線 C の概形を図示せよ。
- (3) $x \geq 0$ における曲線 $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ と (2) の曲線 C の 3 曲線で囲まれた部分の面積を求めよ。


4 座標空間内に、原点 $O(0, 0, 0)$ を中心とする半径 1 の球面 S と 2 点 $A(0, 0, 1)$, $B(0, 0, -1)$ がある。 O と異なる点 $P(s, t, 0)$ に対し、直線 AP と球面 S の交点で A と異なる点を Q とする。さらに直線 BQ と xy 平面の交点を $R(u, v, 0)$ とする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1) ふたつの線分 OP と OR の長さの積を求めよ。
- (2) s を u, v を用いて表せ。
- (3) ℓ は xy 平面内の直線で、原点 O を通らないものとする。直線 ℓ 上を点 P が動くとき、対応する点 R は xy 平面内の同一円周上にあることを証明せよ。

2016年度 岡山大学 (前期)

医学部

(略解)

 証明, 図示などは省略**1**

(1) 4

(2) 6

(3) $f(n) = \frac{1-p^n}{1-p}$

2

(1) 3個

(2) 0

(3) 証明は省略

3(1) $P(2a, 2a^2e^{-2})$

(2) 図示は省略

(3) $7\left(1 - \frac{13}{3}e^{-2}\right)$

4

(1) 1

(2) $s = \frac{u}{u^2 + v^2}$

(3) 証明は省略