2017 年度　大阪市立大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　半径 1 の円柱を，底面の直径を含み底面と角 α $\left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$ をなす平面で切ってできる小さい方の立体を考える。ただし，円柱の高さは $\tan\alpha$ 以上であるとする。次の問いに答えよ。

(1)　この立体の体積 V を求めよ。

(2)　切り口の面積 A を求めよ。

(3)　この立体の側面積 B を求めよ。

2　t を $0<t<\dfrac{1}{2}$ をみたす実数とする。三角形 OAB において，辺 AB を $t:(1-t)$ に内分する点を O′，辺 BO を $t:(1-t)$ に内分する点を A′，辺 OA を $t:(1-t)$ に内分する点を B′ とし，線分 AA′ と BB′ の交点を P，BB′ と OO′ の交点を Q，OO′ と AA′ の交点を R とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OO'}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，t を用いて表せ。

(2)　OR : RO′ を t を用いて表せ。

(3)　三角形 PQR の面積 M を三角形 OAB の面積 S と t を用いて表せ。

3　三角形があり，その頂点を反時計回りの順に A，B，C とする。三角形 ABC において，点 P は頂点 A から出発し，1 秒経過するごとに隣の頂点へ移動する。ただし，反時計回りに移動する確率は $\dfrac{2}{3}$，時計回りに移動する確率は $\dfrac{1}{3}$ とする。n を自然数とし，点 P が頂点 A を出発してから n 秒経過したときに頂点 A，B，C にある確率を，それぞれ a_n，b_n，c_n とする。次の問いに答えよ。

(1)　a_{n+1}，b_{n+1}，c_{n+1} を，a_n，b_n，c_n を用いて表せ。

(2)　a_{n+2} を c_n を用いて表せ。

(3)　a_{n+6} を a_n を用いて表せ。

(4)　0 以上の整数 k に対して，a_{6k+1} を求めよ。

4　座標平面上の 3 点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ $(x>0,\ y>0)$，$\mathrm{A}(a,\ 0)$ $(a>0)$，$\mathrm{B}(0,\ b)$ $(b>0)$ は，$\mathrm{PA}=\mathrm{PB}=1$ をみたすものとする。O を原点とし，線分 OA，AP，PB，BO で囲まれた図形の面積を S とする。次の問いに答えよ。

(1)　$\angle\mathrm{APB}$ を固定して 3 点 P，A，B を動かす。S が最大となるとき，$x=y$ かつ $a=b$ であることを示せ。

(2)　$\angle\mathrm{APB}$ を固定せず，条件 $x=y$ かつ $a=b$ のもとで 3 点 P，A，B を動かす。このとき，S の最大値を求めよ。

2017 年度　大阪市立大学（前期）

医学部（略解）

証明，図示などは省略

1

(1) $V=\dfrac{2}{3}\tan\alpha$　(2) $A=\dfrac{\pi}{2\cos\alpha}$　(3) $2\tan\alpha$

2

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OO'}}=(1-t)\vec{a}+t\vec{b}$　(2) $\mathrm{OR}:\mathrm{RO'}=(1-t):t^2$　(3) $M=\dfrac{(1-2t)^2}{1-t+t^2}S$

3

(1) $\begin{cases} a_{n+1}=\dfrac{1}{3}b_n+\dfrac{2}{3}c_n \\ b_{n+1}=\dfrac{1}{3}c_n+\dfrac{2}{3}a_n \\ c_{n+1}=\dfrac{1}{3}a_n+\dfrac{2}{3}b_n \end{cases}$　(2) $a_{n+2}=-\dfrac{1}{3}c_n+\dfrac{4}{9}$

(3) $a_{n+6}=-\dfrac{1}{27}a_n+\dfrac{28}{81}$　(4) $a_{6k+1}=\dfrac{1}{3}\left\{1-\left(-\dfrac{1}{27}\right)^k\right\}$

4

(1) 証明は省略　(2) 最大値：$\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$