

2017年度 山口大学 (前期)

医学部
試験時間：150 分

全問必答

1 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = \frac{7}{8}$ を満たす実数 α , β について、次の問いに答えなさい。ただし、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ とする。

- (1) $\sin 2\alpha$ と $\cos 2\beta$ の値を求めなさい。
- (2) $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{3}$ が成り立つことを示しなさい。
- (3) $\frac{\pi}{12} < \beta < \frac{\pi}{6}$ が成り立つことを示しなさい。

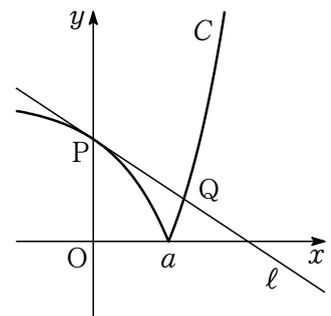
2 x, y, z を $0 < x < 1$, $0 < y < 1$, $0 < z < 1$ を満たす実数とする。面積が 1 の $\triangle ABC$ において、辺 BC, CA, AB 上にそれぞれ点 D, E, F を $\frac{BD}{BC} = x$, $\frac{CE}{CA} = y$, $\frac{AF}{AB} = z$ を満たすようにとる。 $\triangle AFE$ の面積を S_1 , $\triangle DEF$ の面積を S_2 とおくと、次の問いに答えなさい。

- (1) $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{2}{3}$, $z = \frac{1}{3}$ のとき、 S_1 と S_2 を求めなさい。
- (2) S_2 を x, y, z を用いて表しなさい。
- (3) $\triangle ABC$ の重心と $\triangle DEF$ の重心が一致し、かつ $S_2 = \frac{1}{3}$ が成り立つような x, y, z の組 (x, y, z) をすべて求めなさい。

3 $\alpha = \sin \frac{\pi}{10} + i \cos \frac{\pi}{10}$ とするとき、次の問いに答えなさい。ただし、 i は虚数単位である。

- (1) 複素数 α を極形式で表しなさい。ただし、偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。
- (2) 2 個のさいころを同時に投げて出た目を k, l とするとき、 $\alpha^{kl} = 1$ となる確率を求めなさい。
- (3) 3 個のさいころを同時に投げて出た目を k, l, m とするとき、 $\alpha^k, \alpha^l, \alpha^m$ が異なる 3 つの複素数である確率を求めなさい。

4 a を正の実数とし、関数 $f(x) = |e^x - e^a|$ を考える。 xy 平面において、曲線 $y = f(x)$ を C とし、曲線 C と y 軸との交点を P とする。点 P における C の接線を ℓ とすると、 C と ℓ は接点 P を含めてちょうど 2 点を共有する。点 P と異なる共有点を Q とし、点 Q の x 座標を b とすると、図より $b > a$ であることが分かる。このとき、次の問いに答えなさい。ただし、必要ならば、関数の極限の公式 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0$ を証明なしに用いてもよい。



- (1) 直線 ℓ の方程式を求めなさい。
- (2) $\lim_{a \rightarrow \infty} (b - a) = \log 2$ が成り立つことを示しなさい。
- (3) C と ℓ で囲まれた図形の面積を S とするとき、極限值 $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{S}{e^a}$ を求めなさい。

2017年度 山口大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

1

(1) $\sin 2\alpha = \frac{24}{25}, \cos 2\beta = \frac{17}{32}$

(3) 証明は省略

(2) 証明は省略

2

(1) $S_1 = \frac{1}{9}, S_2 = \frac{2}{9}$

(2) $S_2 = 1 - x - y - z + xy + yz + zx$

(3) $(x, y, z) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

3

(1) $\alpha = \cos \frac{2}{5}\pi + i \sin \frac{2}{5}\pi$

(2) $\frac{11}{36}$

(3) $\frac{4}{9}$

4

(1) $y = -x + e^a - 1$

(2) 証明は省略

(3) $2 \log 2$