2017 年度　岐阜大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　1000 から 2017 までの 4 桁の整数について，以下の問に答えよ。

(1)　3 と 4 の少なくとも一方で割り切れる整数の個数を求めよ。

(2)　1000 や 2002 のように異なる 2 種類の数字から成る整数の個数を求めよ。

(3)　2017 のように異なる 4 種類の数字から成る整数の個数を求めよ。

2　xy 平面上に原点 O を中心とした半径 2 の円 C がある。$p>2$ とし，点 $\mathrm{P}(p,\ 0)$ を通り，円 C に接する 2 本の直線を考える。これらの直線と円 C との接点を点 $\mathrm{A}(a_1,\ a_2)$，点 $\mathrm{B}(b_1,\ b_2)$ $(a_2>b_2)$ とする。また三角形 ABP の重心を点 G とする。以下の問に答えよ。

(1)　点 A と点 B の座標を p を用いて表せ。

(2)　点 G の座標を p を用いて表せ。

(3)　点 G が円 C の円周上にあるとき，$\angle \mathrm{APB}$ の大きさを求めよ。

(4)　p が $p>2$ の範囲を動くとき，線分 OG の長さ d の最小値とそのときの p の値を求めよ。

3　n を 3 以上の整数とする。半径 1 の円に内接する正 n 角形の面積を I_n，外接する正 n 角形の面積を E_n とする。m を正の整数とし，$a_m=\cos\left(\dfrac{\pi}{3\cdot 2^m}\right)$ とおく。以下の問に答えよ。

(1)　$a_2=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ が成り立つことを示せ。

(2)　I_n と E_n を，n と三角比を用いて表せ。

(3)　$\sin\left(\dfrac{\pi}{3\cdot 2^m}\right)$ と $\tan\left(\dfrac{\pi}{3\cdot 2^m}\right)$ を，a_m を用いて表せ。

(4)　面積の比較により $\pi>I_n$ および $\pi<E_n$ となることを用いて，

$$3\cdot 2^m\sqrt{1-{a_m}^2}<\pi<3\cdot 2^m\frac{\sqrt{1-{a_m}^2}}{a_m}$$

が成り立つことを示せ。

(5)　(4) を用いて，

$$3(\sqrt{6}-\sqrt{2})<\pi<12(2-\sqrt{3})$$

が成り立つことを示せ。

4　関数 $f(x)$ を

$$f(x)=e^{-x}|\sin x|$$

で定める。また，正の整数 n に対して

$$I_n=\int_{(n-1)\pi}^{n\pi} f(x)\,dx$$

とする。以下の問に答えよ。

(1)　I_1 の値を求めよ。

(2)　I_n の値を求めよ。

(3)　$S_n=\sum_{k=1}^{n} I_k$ の値を求めよ。

(4)　$\lim_{n\to\infty} S_n$ の値を求めよ。

5　複素数 z_n を

$$z_1=1,\ z_{n+1}=a(z_n+1)\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

により定める。ただし，i を虚数単位とし，$a=\dfrac{i}{2}$ とする。以下の問に答えよ。

(1)　a の絶対値 $|a|$ と偏角 $\arg a$ を求めよ。ただし，偏角の範囲は $0 \leqq \arg a<2\pi$ とする。

(2)　$z_{n+1}+b=a(z_n+b)$ となる複素数 b を求めよ。

(3)　z_n の実部 x_n，虚部 y_n を求めよ。

(4)　(3) の x_n と y_n について，$\lim_{n\to\infty} x_n$ と $\lim_{n\to\infty} y_n$ をそれぞれ求めよ。

2017 年度　岐阜大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　509 個　　(2)　65 個　　(3)　509 個

2

(1)　$\mathrm{A}\left(\dfrac{4}{p},\ \dfrac{2}{p}\sqrt{p^2-4}\right)$，$\mathrm{B}\left(\dfrac{4}{p},\ -\dfrac{2}{p}\sqrt{p^2-4}\right)$　(2)　$\mathrm{G}\left(\dfrac{1}{3}\left(p+\dfrac{8}{p}\right),\ 0\right)$

(3)　60°

(4)　最小値：$\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$　$(p=2\sqrt{2})$

3

(1)　証明は省略

(2)　$I_n=\dfrac{n}{2}\sin\dfrac{2\pi}{n}$，$E_n=n\tan\dfrac{\pi}{n}$

(3)　$\sin\left(\dfrac{\pi}{3\cdot 2^m}\right)=\sqrt{1-{a_m}^2}$，$\tan\left(\dfrac{\pi}{3\cdot 2^m}\right)=\dfrac{\sqrt{1-{a_m}^2}}{a_m}$

(4)　証明は省略

(5)　証明は省略

4

(1)　$I_1=\dfrac{1+e^{-\pi}}{2}$

(2)　$I_n=\dfrac{1+e^{-\pi}}{2}e^{-(n-1)\pi}$

(3)　$S_n=\dfrac{e^{\pi}+1}{2(e^{\pi}-1)}(1-e^{-n\pi})$

(4)　$\dfrac{e^{\pi}+1}{2(e^{\pi}-1)}$

5

(1)　$|a|=\dfrac{1}{2}$，$\arg a=\dfrac{\pi}{2}$

(2)　$b=\dfrac{1-2i}{5}$

(3)　$x_n=\dfrac{1}{5\cdot 2^{n-1}}\left\{6\cos\dfrac{(n-1)\pi}{2}+2\sin\dfrac{(n-1)\pi}{2}\right\}-\dfrac{1}{5}$

$y_n=\dfrac{1}{5\cdot 2^{n-1}}\left\{6\sin\dfrac{(n-1)\pi}{2}-2\cos\dfrac{(n-1)\pi}{2}\right\}+\dfrac{2}{5}$

(4)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}x_n=-\dfrac{1}{5}$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}y_n=\dfrac{2}{5}$