2017 年度　岡山大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　以下の問いに答えよ。

(1)　6 人を 2 人ずつ 3 組に分ける方法は何通りあるか。

(2)　7 人を 2 人，2 人，3 人の 3 組に分ける方法は何通りあるか。

(3)　A，B，C，D，E，F，G，H の 8 人から 7 人を選び，さらにその 7 人を 2 人，2 人，3 人の 3 組に分ける。A，B の 2 人がともに選ばれて，かつ同じ組になる確率を求めよ。

2　座標平面内の 2 つの曲線

$$C_1 : y = \log(2x),\ C_2 : y = 2\log x$$

の共通接線を ℓ とする。このとき以下の問いに答えよ。

(1)　直線 ℓ の方程式を求めよ。

(2)　C_1，C_2 および ℓ で囲まれる領域の面積を求めよ。

3　座標空間内の 4 点 $\mathrm{A}(1,\ 0,\ 0)$, $\mathrm{B}(-1,\ 0,\ 0)$, $\mathrm{C}(0,\ 1,\ \sqrt{2})$, $\mathrm{D}(0,\ -1,\ \sqrt{2})$ を頂点とする四面体 ABCD を考える。このとき以下の問いに答えよ。

(1)　点 $\mathrm{P}(0,\ 0,\ t)$ を通り z 軸に垂直な平面と，辺 AC が点 Q において交わるとする。Q の座標を t で表せ。

(2)　四面体 ABCD（内部を含む）を z 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

4　α は $0<|\alpha|<1$ を満たす虚数であるとする。複素数平面上の点の列 z_1，z_2，z_3，$\cdots$ を，$z_1 = 0$，$z_2 = 1$ および

$$\begin{cases} z_{2n+1} - z_{2n} = \alpha(z_{2n} - z_{2n-1}) & (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \\ z_{2n+2} - z_{2n+1} = \overline{\alpha}(z_{2n+1} - z_{2n}) & (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \end{cases}$$

で定める。ただし，虚数とは虚部が 0 でない複素数のことであり，また，$\overline{\alpha}$ は α に共役な複素数を表すものとする。このとき以下の問いに答えよ。

(1)　次の等式が成り立つことを示せ。

$$z_{2n+2} - z_{2n} = |\alpha|^2(z_{2n} - z_{2n-2}) \quad (n = 2,\ 3,\ 4\cdots)$$

(2)　偶数番目の点の列 z_2，z_4，z_6，$\cdots$ および奇数番目の点の列 z_1，z_3，z_5，$\cdots$ は，それぞれ同一直線上にあることを示せ。

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} |z_n - w| = 0$ を満たす複素数 w を求めよ。

2017年度 岡山大学（前期）

医学部 （略解）

証明，図示などは省略

1

（1） 15（通り） （2） 105（通り） （3） $\dfrac{5}{28}$

2

（1） $y=\dfrac{2}{e}x$ （2） $\dfrac{3}{4}e-2$

3

（1） $\mathrm{Q}\left(1-\dfrac{t}{\sqrt{2}},\ \dfrac{t}{\sqrt{2}},\ t\right)$ （2） $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\pi$

4

（1） 証明は省略 （2） 証明は省略 （3） $w=\dfrac{\alpha+1}{1-|\alpha|^2}$