2018 年度　大阪医科大学（前期）

医学部　試験時間：100 分

全問必答

1　$f(x)=\dfrac{1}{27}x^3(x-5)^2$ とする。

(1)　$y=f(x)$ のグラフの概形を，極値を調べて描け。ただし，変曲点は求めなくともよい。

(2)　$y=f(x)$ と $y=x$ の共有点はいくつあるか。

2　a，b，$c>0$ とする。

(1)　不等式 $8abc \leqq (a+b)(b+c)(c+a)$ を示せ。

(2)　$x=b+c-a$，$y=c+a-b$，$z=a+b-c$ とするとき，a，b，c をそれぞれ x，y，z で表せ。

(3)　不等式 $(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b) \leqq abc$ を示せ。

3　θ を $0<\theta<\pi$ を満たす実数とする。空間内の 4 点

$$\mathrm{A}(1,\ 0,\ 0),\ \mathrm{B}(-1,\ 0,\ 0),\ \mathrm{C}(\cos\theta,\ \sin\theta,\ 1),\ \mathrm{D}(-\cos\theta,\ -\sin\theta,\ 1)$$

を頂点とする四面体 ABCD を考える。

(1)　四面体 ABCD を平面 $z=t$（$0<t<1$）で切った切り口は平行四辺形であることを示し，2 つの対角線の長さを θ と t を用いて表せ。

(2)　四面体 ABCD を z 軸の回りに回転させるとき，四面体が通過してできる立体の体積を θ を用いて表せ。

4　r を正の整数とする。親 1 人，子 r 人が次のようなゲームを行う。まず，子 r 人が一度ずつさいころを投げて，出た目（1～6）を記入した券を受け取る。次に，$n \geqq 6$ として 1 から n までの番号が 1 つずつ書かれた n 枚の札を箱に入れ，親が 1 枚取り出して，その札の番号を k とする。$k>6$ なら当たりは無し，$k \leqq 6$ なら番号 k の券を持っている子をすべて当たりとする。このとき次の確率はいくらか。

(1)　$k>6$ である。

(2)　当たりがいない。

(3)　当たりが x 人（$1 \leqq x \leqq r$）いる。

5　△ABC の内接円が辺 BC，CA，AB に接する点をそれぞれ $\mathrm{A_1}$，$\mathrm{B_1}$，$\mathrm{C_1}$ とする。また，各辺の長さを $\mathrm{BC}=a$，$\mathrm{CA}=b$，$\mathrm{AB}=c$ とし，$\dfrac{a+b+c}{2}=s$ とする。

(1)　長さ $\mathrm{BA_1}$，$\mathrm{CB_1}$，$\mathrm{AC_1}$ を a，b，c を用いて表せ。ただし s も用いてよい。

(2)　$\mathrm{AA_1}$ と $\mathrm{BB_1}$ の交点を R とするとき，$\dfrac{\mathrm{AR}}{\mathrm{RA_1}}$ を a，b，c を用いて表せ。ただし s も用いてよい。

(3)　線分 $\mathrm{AA_1}$，$\mathrm{BB_1}$，$\mathrm{CC_1}$ は点 R で交わることを示せ。

2018年度　大阪医科大学（前期）

医学部 （略解）

証明，図示などは省略

1

（1）図示は省略　（2）5 個

2

（1）証明は省略
（2）$a=\dfrac{y+z}{2}$，$b=\dfrac{z+x}{2}$，$c=\dfrac{x+y}{2}$
（3）証明は省略

3

（1）証明は省略，$2\sqrt{2(1-\cos\theta)(t^2-t)+1}$，$2\sqrt{2(1+\cos\theta)(t^2-t)+1}$
（2）$\dfrac{2+|\cos\theta|}{3}\pi$

4

（1）$\dfrac{n-6}{n}$　（2）$\dfrac{n-6}{n}+\dfrac{6}{n}\cdot\left(\dfrac{5}{6}\right)^r$　（3）$\dfrac{r!\cdot 5^{r-x}}{nx!(r-x)!6^{r-1}}$

5

（1）$\mathrm{BA_1}=s-b$，$\mathrm{CB_1}=s-c$，$\mathrm{AC_1}=s-a$
（2）$\dfrac{a(s-a)}{(s-b)(s-c)}$
（3）証明は省略