2018年度　奈良県立医科大学（前期）

医学部　試験時間：180 分

試験時間：他教科との 3 教科で 180 分

1　以下の文章の空欄に適切な数，式または数学記号を入れて文章を完成させよ。
次のデータを考える。

x	20	a	50	25	80	70
y	2004	2008	2010	2005	2016	b

a は 20 以上 80 以下，b は 2009 以上 2018 以下の実数を動くとき，y の中央値 m の取りうる値の範囲は $\boxed{\text{ア}}$ となる。また，x と y の相関係数は，$a=\boxed{\text{イ}}$，$b=\boxed{\text{ウ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{エ}}$ を取る。

2　以下の文章の空欄に適切な数，式または数学記号を入れて文章を完成させよ。
0 から 9 までの番号が書かれた 10 マスからなるすごろくがある。ゴールは 0 番のマスとする。サイコロを 1 回振るごとにコマがマスを移動するが，x 番のマスにいるときにサイコロの出た目の数が y ならば，$|x-y|$ 番のマスに移動する。ただし，このサイコロは 1 から 6 までのどの目も同じ確率で出るものとする。

(1)　6 番のマスからスタートし，n 回目にサイコロを振って初めてゴールに到達する確率を P_n とする。正整数 n に対して $P_n=\boxed{\text{ア}}$ である。

(2)　9 番のマスからスタートし，n 回目にサイコロを振って初めてゴールに到達する確率を Q_n とする。このとき $Q_2=\boxed{\text{イ}}$，$Q_3=\boxed{\text{ウ}}$ で，

$$Q_n=\boxed{\text{エ}}\quad (n=4,\ 5,\ \cdots)$$

となる。さらに

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}kQ_k=\boxed{\text{オ}}$$

である。ただし，$|r|<1$ に対して $\lim_{n\to\infty}nr^n=0$ を使ってよい。

3　以下の文章の空欄に適切な数，式または数学記号を入れて文章を完成させよ。
AB ＝ AC である三角形 ABC を考える。BC を底辺とし，底辺の長さを 1，三角形 ABC の高さを h とする。

(1)　三角形 A，B，C の外接円 R の半径 r は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2)　外接円 R の中心を O とし，OA と OC を 2 辺とする平行四辺形 AOCD を考える。D が R の周上にあるのは $h=\boxed{\text{イ}}$ のときである。

4　以下の文章の空欄に適切な数，式または数学記号を入れて文章を完成させせよ。

0 以上の整数 n に対し，$a_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x\,dx$ とおく。

(1)　$n \geqq 2$ に対して

$$\frac{d}{dx}(\cos^{n-1} x \sin x) = \alpha \cos^{n-2} x + \beta \cos^n x \quad \text{（ただし } \alpha,\ \beta \text{ は } x \text{ によらない定数）}$$

と表すと，$\alpha = \boxed{\text{ア}}$，$\beta = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　$n \geqq 2$ に対して，漸化式 $a_n = \boxed{\text{ウ}}\, a_{n-2}$ が成り立つ。

(3)　$n \geqq 0$ に対して，数列 $\{a_{n+1}a_n\}$ の一般項の値を求めると $a_{n+1}a_n = \boxed{\text{エ}}$ である。

5　以下の文章の空欄に適切な数，式または数学記号を入れて文章を完成させせよ。

空間に一辺の長さ l の正四面体 OABC がある。点 O を始点とする点 A，B，C の位置ベクトルをそれぞれ $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ とする。定数 p，q に対して，点 X が内積についての条件 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OX}} = p$ および $\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OX}} = q$ を満たしながら動くとき，点 X の集合は直線をなす。この直線の長さ 1 の方向ベクトルは $\overrightarrow{u} = \pm \boxed{\text{ア}}$ である。このとき，直線は媒介変数 t と定数 α，β を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OX}} = t\overrightarrow{u} + \alpha\overrightarrow{a} + \beta\overrightarrow{b}$ の形に書ける。α と β を p，q，l を用いて表すと，$\alpha = \boxed{\text{イ}}$，$\beta = \boxed{\text{ウ}}$ となる。

6　以下の問に答えよ。

(1)　x の整式 $x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ を因数分解せよ。

(2)　どのような正整数 n に対しても，$n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 2n + 1$ は平方数ではないことを証明せよ。ただし，平方数とはある正整数 m を用いて m^2 と表される正整数のことである。

2018 年度　奈良県立医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1 ア：$\dfrac{4017}{2} \leqq m \leqq 2009$　イ：40　ウ：2014　エ：1

2 ア：$\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{5}{6}\right)^{n-1}$　イ：$\dfrac{1}{9}$　ウ：$\dfrac{31}{216}$　エ：$\dfrac{161}{1296}\left(\dfrac{5}{6}\right)^{n-4}$　オ：$\dfrac{265}{36}$

3 ア：$\dfrac{4h^2+1}{8h}$　イ：$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4 ア：$1-n$　イ：n　ウ：$\dfrac{n-1}{n}$　エ：$\dfrac{\pi}{2(n+1)}$

5 ア：$\dfrac{\vec{a}+\vec{b}-3\vec{c}}{\sqrt{6}l}$　イ：$\dfrac{4p-2q}{3l^2}$　ウ：$-\dfrac{2p-4q}{3l^2}$

6

(1)　$(x+1)^2(x^2+1)$　　(2)　証明は省略