2019 年度　大阪医科大学（前期）

医学部　試験時間：100 分

全問必答

1　△ABC は，3 辺の長さ BC $= a$，CA $= b$，AB $= c$ が整数で $\angle \mathrm{BAC} = \dfrac{\pi}{3}$ を満たすとする。

(1)　$ab = 21$ を満たすような $(a,\ b,\ c)$ をすべて求めよ。

(2)　$a + b + c = \dfrac{bc}{2}$ を満たすような $(a,\ b,\ c)$ をすべて求めよ。

2

(1)　$t \geqq 0$ のとき，不等式 $\dfrac{t^2}{2} < e^t$ を示せ。

(2)　実数 c に対して，直線 $y = c$ と関数 $y = (x^2 - 1)e^{-x^2}$ のグラフとの共有点の個数を求めよ。

3　さいころを 4 回投げて出た目をそれぞれ Z_1，$Z_1{}'$，Z_2，$Z_2{}'$ とし，X_i（$i = 1$，2）を次のように定義する。

$$X_i = \begin{cases} Z_i & (Z_i \geqq 4 \text{ のとき}) \\ Z_i + Z_i{}' & (Z_i \leqq 3,\ Z_i + Z_i{}' \leqq 6 \text{ のとき}) \\ 6 & (Z_i \leqq 3,\ Z_i + Z_i{}' > 6 \text{ のとき}) \end{cases}$$

(1)　X_1 がとりうる値とそれぞれの確率を求めよ。

(2)　$Z_1 = 1$ のとき，$X_1 + X_2 = 6$ である条件付き確率を求めよ。

(3)　$X_1 + X_2 = 6$ のとき，$Z_1 = 1$ である条件付き確率を求めよ。

4

(1)　A，O を AO $= 1$ を満たす平面の定点とし，C を O を中心とする半径 a（$a < 1$）の円とする。点 P が，

条件：線分 AP と円 C との共有点が P のみである

を満たすように C 上を動くとき，線分 AP の長さの最大値と最小値を求めよ。

(2)　A，O を AO $= 1$ を満たす空間の定点とし，S を O を中心とする半径 a（$a < 1$）の球面とする。S 上の点 P で，

条件：線分 AP と球面 S との共有点が P のみである

を満たすものを考えて，すべての P に対する線分 AP の和集合を K とする。K の体積 V を求めよ。

5　i を虚数単位とし，複素数 z に対し，$\overline{z}$，$\arg z$ をそれぞれ z の複素共役，偏角とする。

(1)　$|w_1| = |w_2| = 1$ である複素数 w_1，w_2 に対し，$\theta = \arg \dfrac{w_1}{w_2}$ とするとき，

$|w_1 - w_2| = 2\left|\sin \dfrac{\theta}{2}\right|$ を示せ。

(2)　$\alpha = -1$，$\beta = \dfrac{1 + \sqrt{3}i}{2}$，$\gamma = \overline{\beta}$ とする。複素数 z が $|z| = 1$ を満たすように動くとき，

$|z - \alpha| + |z - \beta| + |z - \gamma|$ の最大値と最小値を求めよ。

2019年度　大阪医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$(a,\ b,\ c)=(7,\ 3,\ 8)$

(2)　$(a,\ b,\ c)=(7,\ 8,\ 5)$，$(6,\ 6,\ 6)$，$(7,\ 5,\ 8)$

2

(1)　証明は省略

(2)　$\begin{cases} c<-1,\ \dfrac{1}{e^2}<c \text{ のとき} & 0 \text{ 個} \\ c=-1 \text{ のとき} & 1 \text{ 個} \\ -1<c\leqq 0,\ c=\dfrac{1}{e^2} \text{ のとき} & 2 \text{ 個} \\ 0<c<\dfrac{1}{e^2} \text{ のとき} & 4 \text{ 個} \end{cases}$

3

(1)　$X_1=2$，3，4，5，6，それぞれの確率は $\dfrac{1}{36}$，$\dfrac{1}{18}$，$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{5}{12}$

(2)　$\dfrac{1}{18}$

(3)　$\dfrac{6}{11}$

4

(1)　最大値：$\sqrt{1-a^2}$，最小値：$1-a$

(2)　$\dfrac{1}{3}\pi a^2(a-1)^2$

5

(1)　証明は省略

(2)　最大値：4，最小値：$2\sqrt{3}$