2019 年度　杏林大学（前期）

医学部　試験時間：60 分

全問必答

1

(1)　$U=\{x\mid x$ は 100 未満の正の整数$\}$ を全体集合，集合 S の要素の個数を $n(S)$ とする。U の部分集合

$$A=\{x\mid x \text{ は 3 の倍数}\},\ B=\{x\mid x \text{ は 4 の倍数}\},\ C=\{x\mid x \text{ は 5 の倍数}\}$$

に対し，

$n(A\cap B)=\boxed{\text{ア}}$，$n(\overline{A\cup B})=\boxed{\text{イウ}}$，$n(A\cap B\cap C)=\boxed{\text{エ}}$，

$n((A\cup B)\cap\overline{C})=\boxed{\text{オカ}}$

が成り立つ。

(2)　X，Y，Z の 3 人がこの順番で，1 から 5 までの 5 枚の番号札が入った袋から，番号札を 1 枚取り出す。取り出された番号札は袋に戻さないものとし，最も小さい数の番号札と 2 番目に小さい数の番号札を引いた 2 人が賞品を受け取る。

X が 3 の番号札を引く場合の数は $\boxed{\text{キク}}$ であり，X が 3 の番号札を引いて賞品を受け取る場合の数は $\boxed{\text{ケコ}}$ である。

X が 3 以下の番号札を引いて賞品を受け取る確率は $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$ となる。

X が 2 以上の番号札を引いて Z が賞品を受け取る確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

X の引いた番号札が 1 でないとき，Z が賞品を受け取る確率は $\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である。

2　実数を定義域とする関数 $f(x)=\dfrac{x}{2x^2+1}$ に対し $y=f(x)$ のグラフを曲線 C，x 座標が $\dfrac{1}{2}$ である曲線 C 上の点を P として，以下の問いに答えよ。

(a) $f(x)$ は，$x=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$ において極大値 $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ を取る。曲線 C は変曲点を $\boxed{\text{オ}}$ 個持ち，そのうち x 座標が最大のものは $\left(\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}},\ \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}\right)$ である。

(b) 点 P における，曲線 C の接線 ℓ の方程式は $y=\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}x+\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり，曲線 C と接線 ℓ の P とは異なる交点は $\left(-\boxed{\text{セ}},\ -\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\right)$ である。

曲線 C と接線 ℓ で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}+\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\log_e\boxed{\text{ニ}}$ である。

(c) 点 P を通る傾き m の直線が，曲線 C と複数の共有点を持つのは

$$\frac{\boxed{\text{ヌ}}-\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}\leqq m\leqq\frac{\boxed{\text{ヌ}}+\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}$$

のときである。

3　$\boxed{\text{ソ}}$ の解答は該当する解答群から最も適当なものを一つ選べ。

座標空間において，点 A_0 を $(1,\ 1,\ 0)$，点 B_0 を $(-1,\ -1,\ 0)$，点 C_0 を $(1,\ -1,\ 0)$ とし，xy 平面上の点 P_n から点 P_{n+1} を定める下記の操作を M とする。

操作 M：点 P_n を z 軸の正の方向に 2 だけ平行移動した後，x 軸のまわりに 1 回転させて得られる点 P_n の軌跡と xy 平面との交点のうち，y 座標が最も大きい点を P_{n+1} と定める。

（a）点 A_0 に対して操作 M を連続して n 回施して得られる点を A_n，この点の y 座標を a_n とすると，

$$a_1=\sqrt{\boxed{\text{ア}}},\quad a_{n+1}=\sqrt{a_n{}^{\boxed{\text{イ}}}+\boxed{\text{ウ}}}\qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

が成り立つ。したがって，$a_n=\sqrt{\boxed{\text{エ}}\,n+\boxed{\text{オ}}}$ と表せる。

（b）$0 \leqq t \leqq 1$ を満たす実数 t に対し，線分 $\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0$ を $t : 1-t$ に内分する点を Q_0 とする。点 Q_0 を z 軸の正の方向に 2 だけ平行移動した点と x 軸との距離は，

$$\sqrt{\boxed{\text{カ}}\,t^2-\boxed{\text{キ}}\,t+\boxed{\text{ク}}}$$

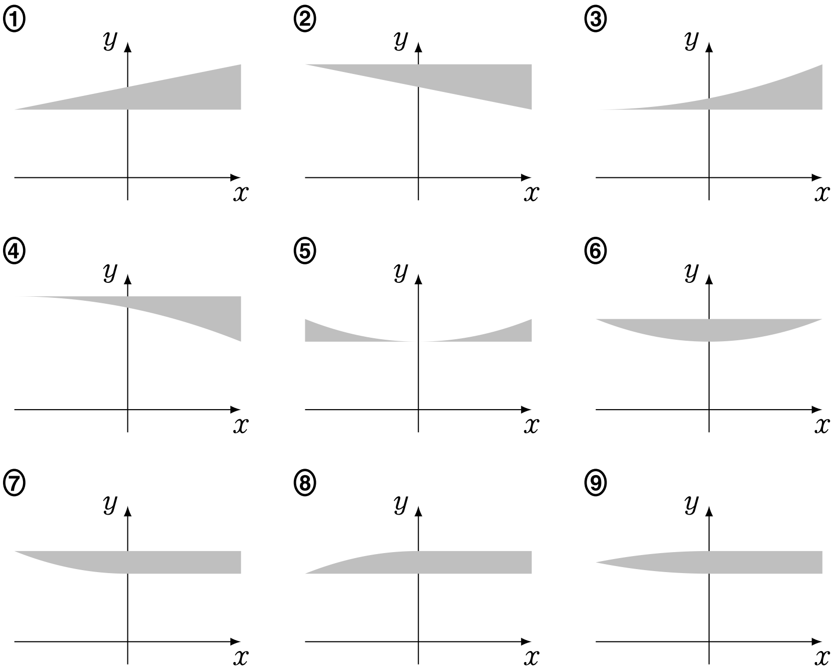
である。

t を $0 \leqq t \leqq 1$ の範囲で変化させたとき，点 Q_0 に対して操作 M を 1 回施して得られる点 Q_1 は，曲線 $\boxed{\text{ケ}}\,x^{\boxed{\text{コ}}}+y^2=\boxed{\text{サ}}$ 上に存在する。

（c）線分 $\mathrm{A}_0\mathrm{C}_0$ を z 軸の正の方向に 2 だけ平行移動した線分上の点と x 軸との距離の最小値は $\boxed{\text{シ}}$ である。線分 $\mathrm{A}_0\mathrm{C}_0$ 上の点に対し，操作 M を 1 回施して得られる点の集合は，長さ $\sqrt{\boxed{\text{ス}}}-\boxed{\text{セ}}$ の線分となる。

（d）三角形 $\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0\mathrm{C}_0$ の周および内部の点に対し，操作 M を 1 回施して得られる点の集合を D とする。集合 D が表す領域の概形は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

$\boxed{\text{ソ}}$ の解答群



4　x，y を正の実数，$f(x)$ を恒等的に 0 ではない微分可能な連続関数とし，$f'(x)$ はその導関数を表すものとする。

(a) 下記の 6 つの命題が，任意の正の実数 x，y に対して真となるように，$\boxed{\text{ア}}$ 〜 $\boxed{\text{カ}}$ の解答として適当なものを，解答群の中からすべて選べ。

- $f(x) = \boxed{\text{ア}} \Longrightarrow f(x+y) = f(x) \times f(y)$
- $f(x) = \boxed{\text{イ}} \Longrightarrow f(x \times y) = f(x) + f(y)$
- $f(x) = \boxed{\text{ウ}} \Longrightarrow \{f(x)\}^2 - \{f'(x)\}^2 = f(2x)$
- $f(x) = \boxed{\text{エ}} \Longrightarrow f(f(x)) + f(x) = 0$
- $f(x) = \boxed{\text{オ}} \Longrightarrow \{f(x)\}^2 - \{f'(x)\}^2 = 1$
- $f(x) = \boxed{\text{カ}} \Longrightarrow 3f(x) + f'(x) = 0$

$\boxed{\text{ア}}$ 〜 $\boxed{\text{カ}}$ の解答群

① $3x+5$　② $-x$　③ $4x^2+1$　④ $\dfrac{1}{x+8}$　⑤ $6\log_2 x$

⑥ $\sin x$　⑦ $\cos x$　⑧ e^{-3x}　⑨ $\dfrac{e^x}{2} + \dfrac{e^{-x}}{2}$

(b) 設問 (a) で示した 6 つの命題のうち，上記解答群に挙げた関数に代えて，

$f(x) = c$（ただし，c は 0 でない適当な定数）

とすると真となる命題は $\boxed{\text{キ}}$ 個存在する。また，設問 (a) で選んだ関数に対し，逆も真となる命題の数は $\boxed{\text{ク}}$ 個である。

(c) $f(x+y) = f(x) \times f(y)$ を満たす関数 $f(x)$ に対し，

$$\lim_{x \to +0} f(x) = \boxed{\text{ケ}}$$

が成り立ち，$f(x \times y) = f(x) + f(y)$ を満たす関数 $f(x)$ に対し，

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \boxed{\text{コ}}$$

が成り立つ。

2019年度　杏林大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　ア：8　イウ：50　エ：1　オカ：40

(2)　キク：12　ケコ：10　$\dfrac{サシ}{スセ}$：$\dfrac{17}{30}$　$\dfrac{ソタ}{チツ}$：$\dfrac{17}{30}$　$\dfrac{テト}{ナニ}$：$\dfrac{17}{24}$

2

(1)　$\dfrac{\sqrt{ア}}{イ}$：$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　$\dfrac{\sqrt{ウ}}{エ}$：$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　オ：3　$\dfrac{\sqrt{カ}}{キ}$：$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　$\dfrac{\sqrt{ク}}{ケ}$：$\dfrac{\sqrt{6}}{8}$

(2)　$\dfrac{コ}{サ}$：$\dfrac{2}{9}$　$\dfrac{シ}{ス}$：$\dfrac{2}{9}$　セ：2　$\dfrac{ソ}{タ}$：$\dfrac{2}{9}$　$\dfrac{チ}{ツテ}$：$\dfrac{5}{36}$　$\dfrac{ト}{ナ}$：$\dfrac{1}{4}$　ニ：6

(3)　$\dfrac{ヌ-\sqrt{ネ}}{ノ}$：$\dfrac{2-\sqrt{6}}{6}$

3

(1)　$\sqrt{ア}$：$\sqrt{5}$　${a_n}^{イ}+ウ$：${a_n}^2+4$　エn＋オ：$4n+1$

(2)　カt^2－キt＋ク：$4t^2-4t+5$　ケ$x^{コ}$：$-x^2$　サ：4

(3)　シ：2　$\sqrt{ス}-セ$：$\sqrt{5}-2$

(4)　ソ：⑦

4

(1)　ア：⑧　イ：⑤　ウ：⑦　エ：②　オ：⑨　カ：⑧

(2)　キ：3　ク：1 または 0

(3)　ケ：1　コ：0