

**2019年度 東京女子医科大学 (前期)****医学部**

試験時間：60 分

📖 全問必答

**1** 数列  $\{a_n\}$  に対して、初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  と表す。 $S_{n+1} = 3S_n + 4n^3 + 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ),  $S_1 = 1$  を満たすとき、以下の問いに答えよ。

(1)  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

(2)  $S_n$  を  $n$  の式で表せ。

**2**  $f(x) = \frac{x+2}{x^2+2x+2}$  とおく。座標平面上において、曲線  $y = f(x)$  上の  $x > 0$  である点  $P$  と原点  $O$  を通る直線を  $l_1$ 、 $l_1$  と直交し点  $P$  を通る直線を  $l_2$  とする。 $l_2$  と  $x$  軸の交点を  $Q$  とする。

(1)  $P$  の座標を  $(t, f(t))$  とおくと、三角形  $OPQ$  の面積  $S(t)$  を  $t$  を用いて表せ。

(2) (1) の  $S(t)$  に対して、 $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t)$  の値を求めよ。

**3** 0, 2, 4, 6, 8 の 5 つの数字から異なる 4 つの数字を並べて 4 桁で 2000 以上の整数を作ることができる。

(1) 作られる整数は全部で何通りか。

(2) 4 の倍数の整数は全部で何通りか。

(3) 6 の倍数の整数は全部で何通りか。

(4) 12 の倍数の整数は全部で何通りか。

**4** 定数  $a$  に対して、 $f(x) = (x-1)^2 + a \log x$  ( $x > 0$ ) とおく。ただし、対数は自然対数とする。

(1)  $f(x)$  が  $x > 0$  で少なくとも 1 つ極値をもつとき、 $a$  の範囲を求めよ。

(2)  $f(x)$  が  $x > 0$  で異なる 2 つの極値をもつとき、 $a$  の範囲を求めよ。

**2019年度 東京女子医科大学 (前期)**

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

**1**

(1)  $a_n = 4 \cdot 3^n - 6n^2 - 5$

(2)  $S_n = 2 \cdot 3^{n+1} - 2n^3 - 3n^2 - 6n - 6$

**2**

(1)  $S(t) = \frac{(t^6 + 4t^5 + 8t^4 + 8t^3 + 5t^2 + 4t + 4)(t + 2)}{2t(t^2 + 2t + 2)^3}$

(2)  $\frac{1}{2}$

**3**

(1) 96 通り

(2) 60 通り

(3) 36 通り

(4) 24 通り

**4**

(1)  $a < \frac{1}{2}$

(2)  $0 < a < \frac{1}{2}$