

2019年度 東京慈恵会医科大学 (前期)

医学部
試験時間：90 分

全問必答

1 次の にあてはまる適切な数値を解答欄に記入せよ。

(1) xy 平面上を動く点 P が、最初に座標 $(2, 0)$ の位置にある。白玉 2 個、赤玉 1 個、青玉 1 個が入っている袋から玉を 1 個取り出し、色を調べてからもとに戻す。取り出した玉の色によって、次のように P を移動し硬貨をもらう試行を考える。

P が座標 (m, n) の位置にあるとき、

- 取り出した玉の色が白色ならば、 P は座標 $(m + 1, n)$ の位置へ移動
- 取り出した玉の色が赤色ならば、 P は座標 $(m, n + 1)$ の位置へ移動
- 取り出した玉の色が青色ならば、 P は座標 $(m - 1, n)$ の位置へ移動

移動後に、 P の x 座標と y 座標の和が 0 または 3 のとき、硬貨を 1 枚もらう。

この試行を 4 回続けて行う。

このとき、3 回目の試行で初めて硬貨をもらう確率は (ア) であり、4 回目の試行で硬貨をもらい、かつ、もらう硬貨の総数が 2 枚となる確率は (イ) である。

(2) $\triangle ABC$ において、 $AB = 4$, $BC = 5$, $CA = 6$ とする。 $\triangle ABC$ の重心 G から辺 BC に下ろした垂線を GH とするとき、 $\frac{BH}{BC}$ の値は (ウ) である。

2 a, b は定数で $a > 1$ とする。2 つの曲線 $C_1 : y = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$, $C_2 : y = \frac{e^x}{a^2} + b$ が共有点 P をもち、点 P において共通の接線をもつとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) C_1 の凹凸および変曲点を調べ、 C_1 の概形を描け。
- (2) 点 P の座標と b を a で表せ。
- (3) C_1, C_2 と y 軸で囲まれた部分の面積 $S(a)$ を a で表せ。また、極限值 $\lim_{a \rightarrow \infty} S(a)$ を求めよ。ただし、必要ならば $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ であることを用いてよい。

3 m, n は自然数の定数とする。自然数 x, y が不等式

$$y \leq -x^2 + 20nx, \quad y \geq \frac{12n}{m}x$$

をみたすとき、 m の値に応じて、 $y - x$ の最大値と、そのときの x, y の値を n で表せ。

4 方程式 $x^3 + 1 = 0$ の解のうち、虚部が正であるものを α とする。複素数平面上の 3 点 $A(\alpha), B(-1), C(\bar{\alpha})$ を頂点とする $\triangle ABC$ を考える。 $\triangle ABC$ の周上の点 $P(z)$ に対して、原点 O を端点とし $P(z)$ を通る半直線上に $|w| = \frac{1}{|z|}$ をみたす点 $Q(w)$ をとるとき、次の問いに答えよ。ただし、複素数 γ に共役な複素数を $\bar{\gamma}$ で表し、複素数平面上で複素数 γ を表す点 G を $G(\gamma)$ と書く。

- (1) $w = \frac{1}{z}$ となることを示せ。
- (2) $P(z)$ が $\triangle ABC$ の周上を動くとき、 $Q(w)$ が描く図形によって囲まれた部分の面積 S を求めよ。

2019年度 東京慈恵会医科大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

1

(1) $\text{ア} : \frac{9}{64} \quad \text{イ} : \frac{9}{256}$

(2) $\text{ウ} : \frac{11}{30}$

2(1) 変曲点 : $(0, 1)$, 図示は省略

(2) $P\left(\log(2a-1), 3 - \frac{2}{a}\right), b = 3 - \frac{4}{a} + \frac{1}{a^2}$

(3) $S(a) = \frac{2a-2}{a^2} + \frac{1-4a}{a^2} \log(2a-1) + 4 \log\left(1 - \frac{1}{2a}\right) + 4 \log 2, \lim_{a \rightarrow \infty} S(a) = 4 \log 2$

3 $m = 1$ のとき, $96n^2 - 8n, (x, y) = (8n, 96n^2)$ $m \geq 2$ のとき, $100n^2 - 10n, (x, y) = (10n - 1, 100n^2 - 1), (10n, 100n^2)$ **4**

(1) 証明は省略

(2) $S = \frac{1}{2}(3\sqrt{3} + 4\pi)$